



MINISTERIO DE EDUCACIÓN

GOBIERNO DE

EL SALVADOR

UNÁMONOS PARA CRECER

**MINISTERIO DE EDUCACIÓN
DIRECCIÓN NACIONAL DE EDUCACIÓN
GERENCIA DE SEGUIMIENTO A LA CALIDAD
DEPARTAMENTO DE EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES**

PRUEBA DE APRENDIZAJE Y APTITUDES PARA EGRESADOS DE EDUCACIÓN MEDIA

PAES

Ítems de la PAES 2014 y Justificaciones
de las opciones de respuesta

Matemática

CRÉDITOS

Carlos Mauricio Canjura Linares
Ministro de Educación

Francisco Humberto Castaneda
Viceministro de Educación

Erlinda Hándal Vega
Viceministra de Ciencia y Tecnología

Renzo Uriel Valencia Arana
Director Nacional de Educación

Juan Carlos Arteaga Mena
Gerente de Seguimiento a la Calidad

Hilda Dolores Álvarez Aguilar
Jefa del Departamento de Evaluación de los Aprendizajes y

DISEÑO Y ELABORACIÓN

Equipo Técnico del Departamento de Evaluación de los Aprendizajes

DIAGRAMACIÓN

Nalda Alcira Garay de Santos
Edwin Salvador Ramírez Rivera

Presentación

La calidad del Sistema Educativo Salvadoreño se puede medir a través de diferentes indicadores, uno de ellos lo constituye la Prueba de Aprendizaje y Aptitudes para Egresados de Educación Media, PAES; ya que permite identificar los niveles de logro de aprendizaje que alcanzan los estudiantes en las asignaturas de Matemática, Estudios Sociales y Cívica, Lenguaje y Literatura y Ciencias Naturales.

La PAES evalúa las competencias que están planteadas en los programas de estudio de cada asignatura. Los conocimientos y habilidades que conforman dichas competencias se exploran a través de ítems de opción múltiple y de ítems de desarrollo o de respuesta abierta.

Para garantizar la calidad técnica de la prueba, los ítems fueron validados con estudiantes de bachillerato y con docentes de educación media representantes del sector público y sector privado de los distintos departamentos del país; en total participaron 85 docentes en la validación técnica de los ítems.

Con el propósito de que los docentes conozcan cuáles fueron los resultados de los ítems incluidos en la PAES 2014, se pone a disposición este documento: “Ítems de la PAES 2014 y Justificaciones de las opciones de respuesta”, el cual se ha elaborado para cada asignatura. Se presenta el ítem, tal como se incluyó en la prueba; se especifica el Indicador de logro del programa de estudio con el que está relacionado lo que se evalúa y la Habilidad que se explora.

En vista de que tanto la respuesta correcta del ítem como las demás opciones de respuesta tienen un sentido pedagógico, se proporciona la justificación de cada una de las opciones para que los docentes conozcan qué se pretendía explorar en cada una de ellas, y con los resultados que se han proporcionado en el reporte: “Porcentaje de respuestas de las opciones de cada ítem” correspondiente a cada centro educativo, los docentes podrán identificar qué les resultó difícil a los estudiantes o cuáles fueron los problemas por los que no pudieron responder correctamente, para que puedan reorientar la labor pedagógica con los estudiantes que son atendidos el presente año.

Esperamos que esta información sea de mucha utilidad para implementar acciones encaminadas a mejorar la calidad de la educación que se brinda.

Ítem 1

- 1 El historial de un jugador de baloncesto es acertar el 80% de sus tiros libres. ¿Cuál de las siguientes expresiones permite calcular la probabilidad que en los próximos cinco lanzamientos tres sean efectivos?

- A. $\binom{5}{3}(0.8)^3(0.2)^2$
B. $\binom{5}{3}(80)^3(20)^2$
C. $\binom{5}{3}(20)^3(80)^2$
D. $\binom{3}{5}(0.2)^3(0.8)^2$

Indicador de logro: 5.5 Utiliza la fórmula para el cálculo de la probabilidad de una distribución binomial en la solución de ejercicios.

Habilidad: Calcular probabilidades, haciendo uso de definición clásica de probabilidad o de distribución de probabilidades

Respuesta correcta: A

Reconoce la expresión que le permita calcular la probabilidad en una distribución binomial $P(x = r) = \binom{n}{r}(p)^r(q)^{n-r}$, interpreta el porcentaje de acertar como la probabilidad de éxito y la de no encestar como la probabilidad de fracaso, además de identificar correctamente la expresión del combinatorio y de las potencias de probabilidad de éxito y de fracaso.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

B. Desconoce que debió expresar el porcentaje de la posibilidad de éxito o fracaso como un valor decimal, aunque identifica correctamente la expresión del combinatorio y de las potencias de proporción de éxito y fracaso.

C. Desconoce que debe expresar el porcentaje de encestar como un valor decimal, además el éxito del evento lo está asociando a no encestar, y el fracaso a encestar, aunque evidencia que interpreta la expresión del combinatorio.

D. Desconoce que el éxito está asociado con encestar, mientras el estudiante lo está asociando con fallar el tiro, además el combinatorio es utilizado inadecuadamente. Aunque interpreta el porcentaje de acertar en un lanzamiento como la probabilidad de encestar.

Ítem 2

2 ¿Cuál es el término general de la siguiente sucesión: 3, 7, 11, 15, ...?

- A. $a_n = 6n - 3$ B. $a_n = 4n - 1$ C. $a_n = 3n$ D. $a_n = n + 3$

Indicador de logro: 1.9 Resuelve ejercicios y problemas sobre sucesiones aritméticas, con interés y perseverancia.

Habilidad: Identificar sucesiones aritméticas o geométricas y resolver situaciones utilizando fórmulas afines.

Respuesta correcta: B

Comprende que calculando la diferencia, “d”, y conociendo el primer término de una sucesión aritmética, y sustituyendo correctamente puede determinar $a_n = 4n - 1$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

- A. Parcialmente sabe que debe utilizar el valor del primer término de la sucesión; sin embargo, lo ubica incorrectamente.
- C. Desconoce cómo construir el término general, sólo lo relaciona con el primer término.
- D. Desconoce para qué valores de “n” debe evaluar para ver si reproduce la sucesión.

Ítem 3

3 Un estudiante de bachillerato quiere saber la nota que debe sacar en el examen de mañana, para aprobar la asignatura con al menos 6.2 en la nota final. La nota final se calcula valorando en un 70% el examen y un 30% las actividades (ejercicios de clase, trabajos, etc.). Si el estudiante sabe que su nota en actividades es 9, ¿cuál de los siguientes planteamientos modela la situación anterior?

A. $x + 0.3(9) \leq 6.2$

B. $0.7x + 0.3(9) \leq 6.2$

C. $0.7x + 0.3(9) \geq 6.2$

D. $x + 0.3(9) \geq 6.2$

Indicador de logro: 7.5 Interpreta y ejemplifica desigualdades lineales.

Habilidad: Determinar el conjunto solución para desigualdades lineales o cuadráticas.

Respuesta correcta: C

Relaciona adecuadamente los datos, por eso a la variable “x” la combina con el peso del examen, y la nota de las actividades con el 30%.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

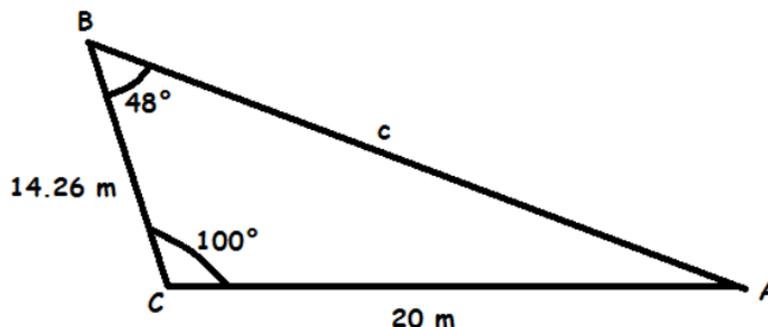
A. Desconoce que el valor buscado debe incluir la relación de la variable lineal con el peso que tiene los exámenes.

B. Interpreta incorrectamente el signo de desigualdad.

D. Aunque hace interpretaciones adecuadas del signo de desigualdad, la incógnita no le incluye el peso correspondiente a los exámenes

Ítem 4

- 4 Un profesor de matemática trazó un triángulo en la pizarra con los siguientes datos.
¿Cuántos metros mide el lado “c”?



- A. 34.26 m B. 26.50 m C. 32.00 m D. 24.56 m

Indicador de logro: 6.3 Utiliza el teorema del seno, al solucionar ejercicios sobre triángulos oblicuángulos.

Habilidad: Identificar las razones trigonométricas y utilizar teoremas para resolver situaciones mediante triángulos rectángulos o triángulos oblicuángulos.

Respuesta correcta: B

Comprende que para determinar la medida del lado “c” debe realizar el cociente entre el lado “c” y el seno del ángulo opuesto y este cociente igualarlo con el cociente entre el lado “b” con su respectivo ángulo opuesto.

$$\frac{c}{\text{Sen}(100^\circ)} = \frac{20}{\text{sen}(48^\circ)} \rightarrow c = \frac{20\text{Sen}(100^\circ)}{\text{sen}(48^\circ)} = 26.50$$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Desconoce cómo determinar los lados de un triángulo oblicuángulo, por eso realiza operaciones básicas.

C. Confunde el cálculo del lado “c” con la medida del ángulo C, por ello

$$180^\circ - 148^\circ = 32^\circ.$$

D. Relaciona incorrectamente lados y ángulos, 14.26 con 100° y c con 48° , y complementa la respuesta.

Ítem 5

- 5 Un grupo de estudiantes hicieron una encuesta entre sus compañeros de bachillerato; preguntaron sobre dos variables estadísticas particulares: la primera era sobre la profesión de sus padres y la segunda sobre la estatura del encuestado.

Estas variables son respectivamente de los tipos:

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| A. Ordinal y discreta | B. Nominal y continua |
| C. Nominal y discreta | D. Continua y ordinal |

Indicador de logro: 2.11 identifica y aplica las variables cuantitativa o cualitativas.

Habilidad: Reconocer, analizar e interpreta conceptos, tablas o gráficos estadísticos.

Respuesta correcta: B

Diferencia entre variables cualitativas y cuantitativas. Dentro de la categoría cualitativa sabe diferenciar entre nominal y ordinal, y dentro de las variables cuantitativas si es continua o discreta.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

- A. Confunde los dos tipos de variables presentadas, la variable profesión no implica ningún orden y la variable estatura es cuantitativa continua.
- C. Reconoce que la primera de las variables es del tipo nominal pero confunde la segunda variable ya que es continua.
- D. Reconoce una de las variables la continua, aunque no en el orden presentado, y la otra variable se equivoca al no interpretar que la variable profesión no tiene ningún criterio de ordenamiento.

Ítem 6

6 Dado que x es una variable aleatoria con distribución normal, de media 3 y desviación típica 4, ¿cuánto es el valor de $P(3 \leq x \leq 4)$?

A. 0.2500

B. 0.1985

C. 0.1293

D. 0.0987

Indicador de logro: 5.10 Resuelve ejercicios y problemas aplicados a la vida cotidiana sobre variables con distribución normal, con seguridad.

Habilidad: Calcular probabilidades, haciendo uso de definición clásica de probabilidad o de distribución de probabilidades

Respuesta correcta: D

Comprende que la media se le resta a los datos mostrados y cada diferencia se divide entre la desviación típica. Razón por la cual $P(3 \leq x \leq 4)$ se convierte a $P(0 \leq z \leq 0.25)$. Y al buscar en la tabla el área correspondiente obtiene 0.0987

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Interpreta parcialmente el ejercicio, por eso calcula sólo el valor z .

B. Desconoce la manera adecuada para leer los datos de la tabla de áreas bajo la curva normal.

C. Tiene la noción de cómo estandarizar, pero confunde la ubicación de la media y la desviación típica.

Ítem 7

7 Mayra es una estudiante que desea identificar entre las siguientes sucesiones, la que es geométrica. Si lo hizo correctamente, ¿cuál sucesión seleccionó?

A. 3, 6, 12, 18, ...

B. 2, 4, 6, 8, ...

C. 4, 8, 16, 32, ...

D. 1, 2, 3, 4, ...

Indicador de logro: 1.12 Establece, con claridad y seguridad, la diferencia entre una sucesión aritmética y una geométrica.

Habilidad: Identificar sucesiones aritméticas o geométricas y resolver situaciones utilizando fórmulas afines

Respuesta correcta: C

Comprende que debe calcular el cociente entre dos términos consecutivos, y que este resultado es contante para todos los términos.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Desconoce que el cociente entre términos consecutivos debe ser contante y cumplirse para todos los términos consecutivos.

B. Confunde la razón con la diferencia de dos términos consecutivos de una sucesión.

D. Desconoce que en una sucesión geométrica la constante que se obtiene entre dos términos consecutivos es resultado de un cociente.

Ítem 8

8 ¿Cuál de las siguientes ecuaciones de línea recta representa la que pasa por el punto (1,2) y tiene pendiente 3?

A. $y - 3x - 1 = 0$

B. $y - 3x + 1 = 0$

C. $x - 3y + 5 = 0$

D. $x + 3y - 5 = 0$

Indicador de logro: 7.13 construye, utiliza y explica la ecuación de una recta punto pendiente, valorando su utilidad.

Habilidad: Determinar la ecuación de líneas rectas o circunferencias.

Respuesta correcta: B

Sustituye adecuadamente el punto y la pendiente en la ecuación punto pendiente.

$$y - 2 = 3(x - 1) \rightarrow y - 2 = 3x - 3 \rightarrow y - 3x - 2 + 3 = 0 \rightarrow y - 3x + 1 = 0$$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Equivoca el signo en la sustitución de las coordenadas del punto en la ecuación punto pendiente. Es decir sustituye $y+2 = 3(x + 1)$, al efectuar y reducir términos semejantes llega a la ecuación $y + 2 = 3x + 3 \rightarrow y - 3x + 2 - 3 = 0 \rightarrow y - 3x - 1 = 0$

C. Se equivoca a quien está asociada la pendiente en la fórmula punto pendiente, ya que se la asocia a la "y". Aunque sustituye adecuadamente el punto. Es decir sustituye $x - 1 = 3(y - 2) \rightarrow x - 1 = 3y - 6 \rightarrow x - 3y - 1 + 6 = 0 \rightarrow x - 3y + 5 = 0$

D. Comete el error de intercambiar la abscisa con la ordenada en la sustitución del punto y además asocia erróneamente la pendiente con signo negativo como coeficiente de la diferencia de ordenadas, como se muestra

$$x - 2 = -3(y - 1) \rightarrow x - 2 = -3y + 3 \rightarrow x + 3y - 2 - 3 = 0 \rightarrow x - 3y - 5 = 0.$$

Ítem 9

9 Daniel participa de un juego que consiste en lanzar una moneda 4 veces. El ganará si obtiene 3 caras, ¿cuál es la probabilidad que tiene de ganar?

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{3}{16}$

D. $\frac{3}{8}$

Indicador de logro: 5.5 Utiliza la fórmula para el cálculo de la probabilidad de una distribución binomial en solución de ejercicios.

Habilidad: Calcular probabilidades, haciendo uso de definición clásica de probabilidad o de distribución de probabilidades

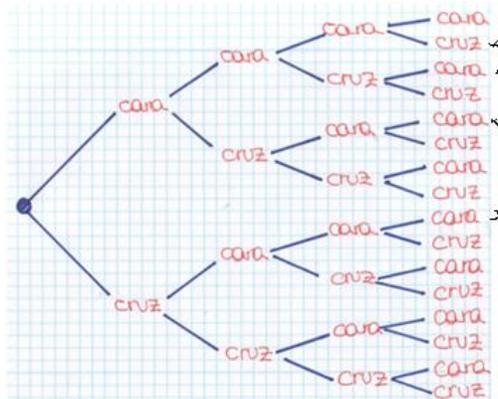
Respuesta correcta: A

El estudiante pudo haber implementado dos estrategias para resolverlo: interpretándolo como un experimento binomial o haciendo uso de un diagrama de árbol para identificar todos los resultados posibles del experimento y los resultados favorables al evento.

Si utilizó la fórmula de la distribución binomial, el estudiante identifica que la variable aleatoria es: aparecimiento de cara (le interesa que aparezca 3), las veces que se repite el experimento es 4 y la probabilidad de éxito y fracaso que en ambos casos son $\frac{1}{2}$.

Planteado que $P(x = 3) = \binom{n}{r}(p)^r(q)^{n-r} = \binom{4}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{4}$.

Si lo realizó por diagrama de árbol planteó un esquema como el mostrado.



Donde identifica que hay 16 casos posibles del experimento, de los cuales los cuatro marcados son los favorables al evento, por lo tanto la probabilidad será: $4/16=1/4$.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

B. No comprende el enunciado se limita a operar que será lanzada cuatro veces una monedas y se espera que se obtengan tres caras, por ello le resulta atractiva la opción $3/4$.

C. No tomó en cuenta un caso favorable al evento, sólo considera tres de los cuatro casos, aunque construyó adecuadamente todos los casos posibles del experimento, por ello obtiene la respuesta $3/16$

D. Para llegar a esta respuesta no se tomó en cuenta el ramal de posibilidades del experimento cuando en el primer lanzamiento la moneda cae del lado cruz, por lo tanto sólo obtiene tres casos favorables pero los casos posibles se limitan a ocho, por lo tanto se obtiene de respuesta $3/8$.

Ítem 10

10 En una caja hay seis bolígrafos rojos y cuatro bolígrafos negros, ¿cuál es la probabilidad que al sacar un bolígrafo, al azar, este sea rojo?

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{1}{6}$

Indicador de logro: 4.15 Resuelve ejercicios y problemas sobre el cálculo de la probabilidad de eventos.

Habilidad: Calcular probabilidades, haciendo uso de definición clásica de probabilidad o de distribución de probabilidades.

Respuesta correcta: C

Comprende que se aplica la probabilidad clásica, identifica correctamente los casos favorables y los casos posibles, y simplifica.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Confunde los casos favorables de los bolígrafos rojos con el de los bolígrafos negros con los del lanzamiento de una moneda.

B. Dificultad para identificar casos favorables y posibles.

D. Confunde la probabilidad de un bolígrafo rojo sobre un conjunto de sólo bolígrafos rojos, con el de un conjunto que hay rojos y negros.

Ítem 11

11 Suponiendo que en San Salvador solo hay diez autobuses que circulan entre San Salvador y San Martín. Bajo esas condiciones, ¿de cuántas maneras podría viajar una persona de San Salvador a San Martín y regresar en un autobús diferente?

A. 9

B. 10

C. 19

D. 90

Indicador de logro: 2.6 Resuelve con interés y confianza problemas del entorno que involucran la aplicación de los principios de la multiplicación o suma.

Habilidad: Aplicar métodos de conteo en ejercicios o problemas.

Respuesta correcta: D

De San Salvador a San Martín se puede realizar el viaje en cualquiera de los 10 autobuses, pero de San Martín a San Salvador solo se puede viajar en uno de los nueve autobuses restantes, por tanto, solo hay $10 \times 9 = 90$ formas de realizar el viaje ida y vuelta.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Desconoce que la situación está referida al principio de la multiplicación, por ello considera que sólo hay 9 autobuses disponibles.

B. Interpreta incorrectamente la situación, razón por la cual sólo considera el número de opciones de ida.

C. Interpreta incorrectamente la situación por eso suma la cantidad de autobuses con los que se cuentan de ida, 10, y como no se puede regresar en el mismo que se fue, sólo tiene 9 opciones. Resultando así 19.

Ítem 12

12 Selecciona el procedimiento que se ha desarrollado de forma correcta.			
A.	$\log_2(x - 5) = 1$ $\Rightarrow 2^1 = x - 5$ $\Rightarrow x = 5 + 2$	B.	$\log_2(x - 5) = 1$ $\Rightarrow x - 5 = \log_2(1)$ $\Rightarrow x = \log_2(1) + 5$
C.	$\log_2(x - 5) = 1$ $\Rightarrow x - 5 = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow x = \frac{1}{2} + 5$	D.	$\log_2(x - 5) = 1$ $\Rightarrow x - 5 = 2(1)$ $\Rightarrow x = 2(1) + 5$

Indicador de logro: 3.7 Resuelve problemas utilizando las propiedades y gráfica de la función exponencial o logarítmica.

Habilidad: Resolver ejercicios aplicando funciones exponenciales o logarítmica

Respuesta correcta: A

El estudiante evidencia que sabe convertir una expresión logarítmica a una exponencial de forma correcta, es decir que interpreta que 1 es el exponente al que debe elevar la base 2 para obtener $(x - 5)$. Como se muestra a continuación: $\log_2(x - 5) = 1 \Rightarrow 2^1 = x - 5$, para luego continuar con un proceso algebraico $x = 2 + 5$.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

B. No sabe interpretar de la ecuación presentada, que 1 es el exponente al que debe elevar la base dos para obtener la expresión $x - 5$, procediendo a ejecutar como si fuera una ecuación algebraica, además de evidenciar que en las algebraicas tiene dificultades para manipular el coeficiente de la variable

$$\log_2(x - 5) = 1 \Rightarrow x - 5 = \log_2(1) \Rightarrow x = \log_2(1) + 5$$

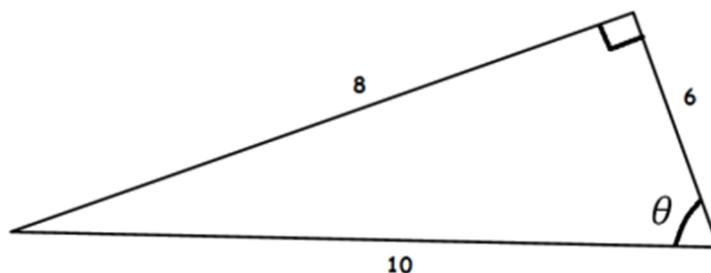
C. No sabe interpretar de la ecuación presentada, que 1 es el exponente al que debe elevar la base dos para obtener la expresión $x - 5$, procediendo a ejecutar como si fuera una ecuación algebraica, aunque estos estudiantes evidencian que en una ecuación algebraica saben manipular el coeficiente de la variable

$$\log_2(x - 5) = 1 \Rightarrow x - 5 = \frac{1}{2}$$

D. No diferencia entre base, ni exponente en la ecuación $\log_2(x - 5) = 1$, y lo interpreta como si el dos de la expresión \log_2 , fuera parte del denominador y pasa al otro miembro a multiplicar $\log_2(x - 5) = 1 \Rightarrow x - 5 = 1(2)$

Ítem 13

13 En el siguiente triángulo, ¿qué valor le corresponde a $\text{sen}(\theta)$?



A. $\frac{8}{6}$

B. $\frac{6}{8}$

C. $\frac{10}{8}$

D. $\frac{8}{10}$

Indicador de logro: 1.2 Soluciona ejercicios de razones trigonométricas.

Habilidad: Identificar las razones trigonométricas y utilizar teoremas para resolver situaciones mediante triángulos rectángulos o triángulos oblicuángulos.

Respuesta correcta: D

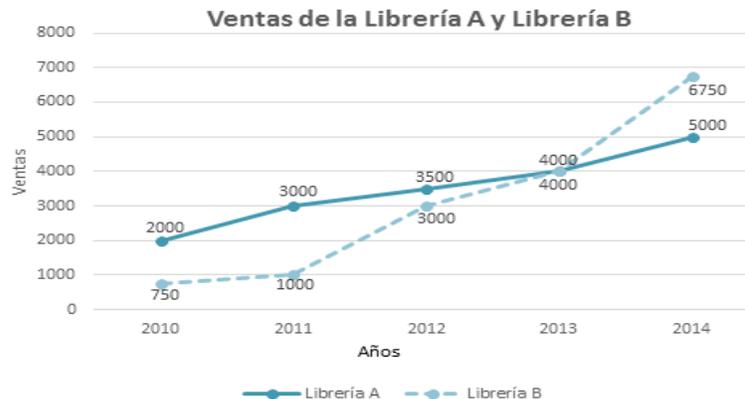
Sabe que en un triángulo rectángulo para conocer el valor de la razón trigonométrica Seno de θ debe realizar el cociente entre el valor correspondiente al lado opuesto a θ y el valor correspondiente a la hipotenusa. Razón por la cual identifica que el valor correspondiente a $\text{sen}(\theta) = \frac{8}{10}$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

- A. Dificultad para identificar la hipotenusa de un triángulo rectángulo, la asocia con el cateto.
- B. Desconocer cuál es lado opuesto a θ , confunde el valor de la cotangente con el del seno.
- C. Confunde la cosecante con el seno, desconoce la relación de lados para el seno.

Ítem 14

- 14 El siguiente gráfico presenta información sobre las ventas de la librería A y la librería B, durante 5 años.



¿Cuál de las siguientes aseveraciones es correcta?

- A. Las ventas de la librería B siempre fueron menores que las de la librería A.
- B. Las ventas entre los años 2011, 2012 y 2013 fueron constantes para la librería A.
- C. La menor diferencia de ventas entre ambas librerías se dio en el año 2012.
- D. La mayor diferencia de ventas entre ambas librerías se dio en el año 2011.

Indicador de logro: 3.4 Interpreta gráficos de datos referidos a situaciones sociales, ambientales, sanitarias y deportivas.

Habilidad: Reconocer, analizar e interpretar conceptos, tablas o gráficos estadísticos.

Respuesta correcta: D

Observa que los años donde hay mayor diferencia de ventas son: 2011 y 2014, calcula las respectivas diferencias. $d_{2011} = 3000 - 1000 = 2000$,

$d_{2014} = 6750 - 5000 = 1750$, luego como $d_{2011} > d_{2014}$; concluye que en el 2011 es el año con mayor diferencia de ventas entre ambas librerías.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Observa que en la mayoría de años las ventas de la librería B son menores que las de la librería A, sin percatarse que en el último año no es así.

B. Concluye según su criterio que en el año 2012 la variación de las ventas es menor, sin darse cuenta que en el año 2013, no hubo variación.

C. Debido a que el segmento que describe las ventas entre los años 2011 y 2013 tiene una pendiente constante, concluye que las ventas son constantes para la librería A durante estos años.

Ítem 15

15 Según una revista especializada en temáticas infantiles, los niños actualmente dedican un porcentaje considerable de horas del día para ver televisión. Suponga que la distribución del tiempo que los niños pasan frente a la televisión por año, se distribuye normalmente con una media igual a 1500 horas y una desviación estándar de 100 horas. ¿Qué porcentaje de niños aproximadamente ve televisión entre 1400 y 1600 horas por año?

- A. 31.74% B. 34.13% C. 68.26% D. 84.13%

Indicador de logro: 6.10 Resuelve ejercicios y problemas aplicados a la vida cotidianas sobre variables con distribución normal

Habilidad: Calcular probabilidades, haciendo uso de definición clásica de probabilidad o de distribución de probabilidades.

Respuesta correcta: C

Encuentra los valores de “z” asociada a 1400 y a 1600, determinando los valores de $z=1$ y $z=-1$, luego encuentra el valor de probabilidad asociada a cada valor de $z=1$ que resultó (0.3413), mismo valor de probabilidad asociado a $z=-1$, resultando una probabilidad total de 0.6824, la cual puede ser interpretada como un porcentaje bajo la curva normal de 68.26%.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción

A. Se equivoca al considerar el porcentaje de niños en los rangos solicitados, ya que toma en cuenta los que ven más de 1600 horas junto a los que ven menos de 1400 horas de televisión.

B. Sólo considera la mitad de la población en esta situación, no tomó en cuenta que el valor de “z” encontrado debió ser multiplicado por dos.

D. Se equivoca ya que dentro de ese porcentaje incluyó a los niños que ven menos de 1600 horas, pero no tomó en cuenta que debía excluir a los que veían menos de 1400 horas, ya que piden el porcentaje que oscila entre 1400 y 1600, no incluye a los que ven menos de 1400 horas de televisión en el año.

Ítem 16

16 El peso medio de 11 jugadores de un equipo de fútbol es 79 kg. Para comenzar el torneo el entrenador decidió incorporar 2 jugadores más, cuyos pesos son 66 kg y 81 kg, ¿cuál es el nuevo peso medio?

- A. 73.50 kg B. 75.33 kg C. 76.25 kg D. 78.15 kg

Indicador de logro: 5.2 Resuelve problemas aplicando e interpretando críticamente la media aritmética en datos agrupados y no agrupados.

Habilidad: Calcular, interpretar y aplicar medidas estadísticas de tendencia central, de posición y de dispersión

Respuesta correcta: D

Comprende que para calcular el peso medio de los 13 jugadores debe saber cuanto pesan entre todos los jugadores, pero de 11 de ellos no conoce su peso, pero sabe que tienen un peso medio de 79 libras, lo cual le permite calcular que los 11 jugadores acumulan 869 libras como se muestra $\frac{s}{11} = 79 \rightarrow s = 869$; a partir de ahí suma los otros pesos de los jugadores y obtiene el nuevo valor promedio $\frac{869+66+81}{13} = 78.15$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción

A .Confunde lo que se le pide en el enunciado y calcula la media aritmética de los 2 nuevos valores: $\frac{66+81}{2} = 73.50$

B. El estudiante comprende que debe calcular una nueva media aritmética, pero comete el error de calcular el promedio de 79, 66 y 81: $\frac{79+66+81}{3} = 75.33$

C. Comprende que debe calcular una nueva media aritmética, pero no lo hace de forma correcta: $\frac{79+\frac{66+81}{2}}{2} = 76.25$

Ítem 17

- 17 En un centro escolar se preguntó la edad a un grupo de estudiantes y se contabilizaron la cantidad de éstos según edad en la siguiente tabla. ¿Cuál es la edad promedio de los estudiantes?

Edad	Frecuencia
15	3
16	11
17	9
18	2

A. 6.25

B. 11.4

C. 16.4

D. 16.5

Indicador de logro: 5.2 Resuelve problemas aplicando e interpretando críticamente la media aritmética en datos agrupados y no agrupados.

Habilidad: Calcular, interpretar y aplicar medidas estadísticas de tendencia central, de posición y de dispersión

Respuesta correcta: C

Conoce el algoritmo para calcular la media de una distribución de frecuencias, multiplica cada edad por su frecuencia, luego suma esos productos y lo divide por el total de las frecuencias $\bar{x} = \frac{15 \cdot 3 + 16 \cdot 11 + 17 \cdot 9 + 18 \cdot 2}{25} = \frac{410}{25} = 16.4$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción

A. Desconoce el proceso de calcular la media aritmética en una distribución de frecuencias, el estudiante obtiene el valor promedio de la frecuencia y la asocia con el valor promedio de años de los estudiantes.

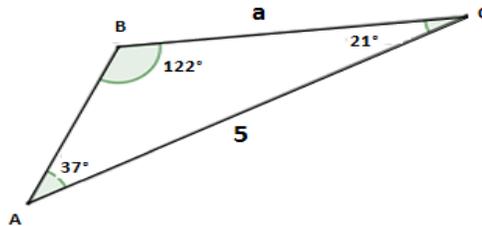
B. Desconoce el proceso de calcular la media aritmética en una distribución de frecuencias, el estudiante obtiene el valor promedio de todos los valores que observa en la tabla, y lo asocia con el valor promedio de años de los estudiantes

$$\bar{x} = \frac{15 + 16 + 17 + 18 + 3 + 11 + 9 + 2}{8} = \frac{91}{8} = 11.4$$

D. Desconoce el proceso de calcular la media aritmética en una distribución de frecuencias, el estudiante obtiene el valor promedio de la edad y la asocia con el valor promedio de años de los estudiantes, sin considerar que había más de un estudiante en cada grupo de edad. $\bar{x} = \frac{15+16+17+18}{4} = \frac{66}{4} = 16.5$

Ítem 18

18 Al aplicar la ley del seno para encontrar el valor del lado a , ¿cuál es el planteamiento correcto?



- | | | | |
|----|--|----|--|
| A. | $\frac{\text{sen}(21^\circ)}{5} = \frac{a}{\text{sen}(122^\circ)}$ | B. | $\frac{\text{sen}(21^\circ)}{a} = \frac{\text{sen}(37^\circ)}{5}$ |
| C. | $\frac{\text{sen}(122^\circ)}{a} = \frac{5}{\text{sen}(37^\circ)}$ | D. | $\frac{\text{sen}(37^\circ)}{a} = \frac{\text{sen}(122^\circ)}{5}$ |

Indicador de logro: 6.3 Utiliza el teorema del seno, al solucionar ejercicios sobre triángulos oblicuángulos.

Habilidad: Identificar las razones trigonométricas y utilizar teoremas para resolver situaciones mediante triángulos rectángulos o triángulos oblicuángulos.

Respuesta correcta: D

Aplica correctamente la ley del seno con los datos conocidos y desconocidos en el triángulo, toma en cuenta que sólo una de las variables es desconocida en el planteamiento, lo cual le permitirá encontrar el valor del lado “a”. Plantea la igualdad:

$$\frac{\text{sen}(37^\circ)}{a} = \frac{\text{sen}(122^\circ)}{5}$$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción

A. Plantea incorrectamente la proporcionalidad entre los lados y el seno del ángulo que se opone a dicho lado.

$$\frac{\text{sen}(21^\circ)}{5} = \frac{a}{\text{sen}(122^\circ)}$$

B. Plantea incorrectamente la proporcionalidad entre los lados y el seno del ángulo que se opone a dicho lado.

$$\frac{\text{sen}(21^\circ)}{5} = \frac{a}{\text{sen}(122^\circ)}$$

C. No aplica la ley del seno correctamente, plantea una igualdad errónea:

$$\frac{\text{sen}(122^\circ)}{a} = \frac{5}{\text{sen}(37^\circ)}$$

Ítem 19

19 Al resolver la desigualdad $x^2 - x - 12 < 0$ se obtiene por solución

A. $] - \infty, -4[\cup] 3, +\infty[$

B. $] - \infty, -3[\cup] 4, +\infty[$

C. $] - 4, 3[$

D. $] - 3, 4[$

Indicador de logro: 7.11 Resuelve con seguridad ejercicios y/o problemas utilizando desigualdades cuadráticas de una variable.

Habilidad: Determinar el conjunto solución para desigualdades lineales o cuadráticas.

Respuesta correcta: D

Lo resuelve de manera algebraica o gráfica, en la primera factoriza $x^2 - x - 12$ para obtener $(x - 4)(x + 3)$, que luego analiza por medio del cuadro de variación para identificar en que parte de los números reales la expresión factorizada es menor que cero, o bien lo pudo hacer graficando la parábola $f(x) = x^2 - x$, y observar para que valores de "x" la gráfica se encuentra por debajo de la recta horizontal $y = 12$.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción

A. Se equivoca al no interpretar que se indica que la expresión debe ser menor que cero, consideró que debía ser mayor que cero, aunque evidencia que realizó la factorización adecuadamente.

B. Equivoca al factorizar la expresión y además la orientación de la desigualdad la interpreta erróneamente ya que consideró que debía ser mayor que cero.

C. Factoriza incorrectamente, aunque interpreta adecuadamente que la expresión debe ser menor que cero.

Ítem 20

20 Si los salarios de cinco empleados de una empresa son: \$20, \$25, \$30, \$35 y \$40, ¿qué sucederá con la nueva desviación típica si el salario de cada uno de los empleados se aumenta en \$2?

- A. Se mantiene. B. Se duplica. C. Varía en \$2. D. Aumenta en \$2.

Indicador de logro: 8.10 Resuelve problemas de aplicación de las propiedades de la desviación típica a situaciones reales con confianza.

Habilidad: Calcular, interpretar y aplicar medidas estadísticas de tendencia central, de posición y de dispersión

Respuesta correcta: A

Comprende que al sumar una constante a una serie de datos, aumentan o disminuyen las cantidades, pero la distancia a la media se mantiene constante, por tanto la desviación se mantiene.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción

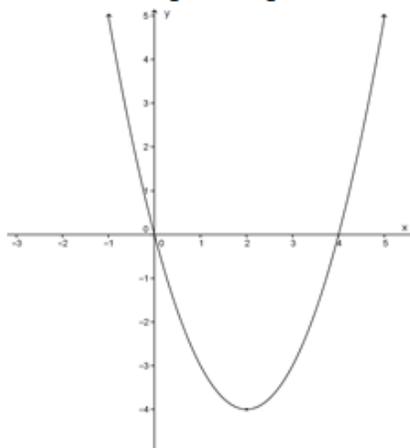
B. Confunde la propiedad de la suma de una constante con la del producto.

C. Interpreta incorrectamente la información por eso resta \$2 a los datos, y al examinar el comportamiento la confunde con la propiedades de la media.

D. Confunde el efecto que causa sumar una constante a una serie de datos en el caso de la media con el de la desviación típica.

Ítem 21

21 ¿Cuál es el dominio y recorrido de la siguiente gráfica?



A. $D = [0, 4]$, $R = [-4, \infty[$

B. $D = [0, 4]$, $R = [0, \infty[$

C. $D = \mathbb{R}$, $R = [-4, \infty[$

D. $D = \mathbb{R}$, $R = [-4, 5]$

Indicador de logro: 4.12 Identifica y explica el dominio y recorrido de las funciones.

Habilidad: Modelar matemáticamente situaciones concretas utilizando funciones de variable real.

Respuesta correcta: C

El estudiante identifica correctamente el dominio como los valores que la gráfica puede tomar sobre el eje de las “x”, y el recorrido como los valores que la gráfica puede tomar sobre el eje de las “y”, por lo tanto, $D_f = \mathbb{R}$, $R_f = [-4, \infty[$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción

A. El estudiante equivoca el dominio, al limitarlo al intervalo $[0, 4]$, aunque el recorrido es el correcto.

B. Desconoce como interpretar tanto el dominio como el recorrido de la gráfica.

C. Interpreta adecuadamente el dominio de la gráfica pero se equivoca en el recorrido de la misma.

Ítem 22

22 ¿Cuál de las siguientes expresiones representa la cantidad de formas en la que diez estudiantes pueden formar una junta directiva compuesta por: presidente, vicepresidente, secretario, tesorero, síndico y vocal?

A. $\frac{10!}{6!(10-6)!}$

B. $\frac{6!}{(10-6)!}$

C. $\frac{6!}{10!}$

D. $\frac{10!}{(10-6)!}$

Indicador de logro: 2.17 Utiliza la fórmula apropiada para calcular el número de combinaciones o permutaciones de n objetos tomados r a la vez.

Habilidad: Aplicar métodos de conteo en ejercicios o problemas.

Respuesta correcta: D

Identifica que en esta situación importa el orden, y lo plantea por medio de una permutación, como se muestra.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción

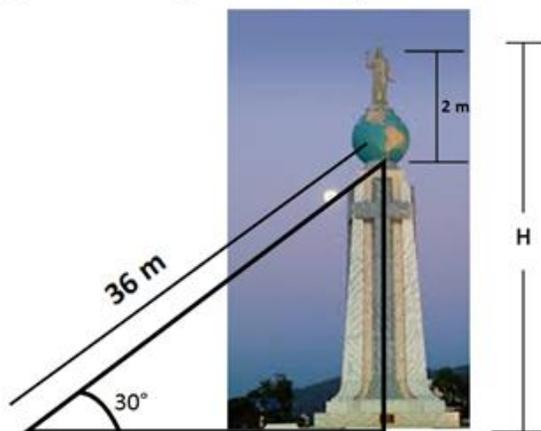
A. No comprende que en la situación planteada el orden de los elementos es importante, el estudiante lo interpreta como una combinación, por ello está optando por el planteamiento que representa una combinación: $\frac{10!}{6!(10-6)!}$

B. Hace una división porque considera que el ejercicio es de probabilidad, divide casos favorables por casos posibles.

C. Desconoce cuáles son las fórmulas que permiten calcular cantidad de permutaciones o de combinaciones, la fórmula escogida no le lleva a ninguno de los casos mencionados.

Ítem 23

23 ¿Cuál es la longitud "H" del siguiente monumento?



A. 20.00

B. 20.78

C. 31.18

D. 38.00

Indicador de logro: 1.3 Resuelve problemas utilizando razones trigonométricas.

Habilidad: Identificar las razones trigonométricas y utilizar teoremas para resolver situaciones mediante triángulos rectángulos o triángulos oblicuángulos.

Respuesta correcta: A

Utilizando la información plantea que $\text{sen}30^\circ = \frac{h}{36} \rightarrow h = 18$, que luego le suma 2 m para obtener que la altura es 20 m.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción

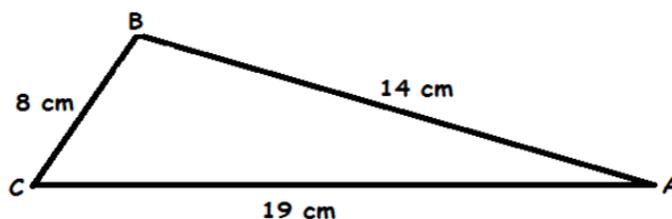
B. Equivoca la razón trigonométrica, utiliza la tangente cuando debió utilizar el seno del ángulo. $\text{tan}30^\circ = \frac{h}{36} \rightarrow h = 36 * \text{tan}30^\circ = 20.78$

C. Equivoca la razón trigonométrica a implementar, utiliza el coseno cuando debió utilizar el seno del ángulo proporcionado $\text{cos}30^\circ = \frac{h}{36} \rightarrow h = 36 * \text{cos}30^\circ = 31.18\text{m}$

D. Desconoce sobre las razones trigonométricas, y se limita a sumar las dos longitudes proporcionadas $36 + 2 = 38 \text{ m}$.

Ítem 24

- 24 En un triángulo se conoce la medida de tres de sus lados (ver figura), pero se desconocen los tres ángulos. ¿Cuánto es el valor del ángulo C?



- A. 22.08° B. 20.56° C. 30° D. 41°

Indicador de logro: 6.7 Aplica el teorema del coseno a situaciones cotidianas.

Habilidad: Identificar las razones trigonométricas y utilizar teoremas para resolver situaciones mediante triángulos rectángulos o triángulos oblicuángulos.

Respuesta correcta: D

Comprende que es un ejercicio cuyas características hacen necesario la utilización del teorema del coseno; razón por la cual utiliza la siguiente expresión matemática: $c^2 = a^2 + b^2 - 2AB \cos c \rightarrow \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2AB}$ Luego, sustituye y realiza los siguientes cálculos

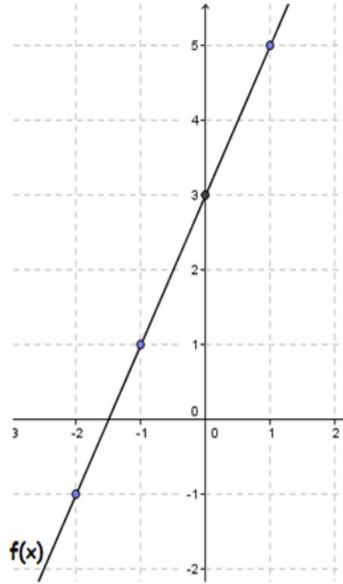
$$\cos C = \frac{8^2 + 19^2 - 14^2}{2(8)(19)} = \frac{229}{304} \rightarrow C = \cos^{-1}\left(\frac{229}{304}\right) \approx 41^\circ$$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción

- B. Lo confunde con el cálculo del ángulo A.
- C. Es posible que confunda el cálculo del ángulo, y el valor del ángulo C encontrado lo divide entre dos.
- D. Desconoce que debe aplicar el teorema del coseno y estima la medida del ángulo.

Ítem 25

- 25 Maritza vio en la cartelera de su institución la gráfica que se muestra a continuación. Ella quiere aplicar lo visto en clases y decide calcular la pendiente de la recta, ¿qué valor debe obtener?



A. 1

B. 2

C. 4

D. 5

Indicador de logro: 7.10 Utiliza la expresión matemática que denota el paralelismo y/o perpendicularidad entre dos rectas, con precisión y confianza al resolver ejercicios.

Habilidad: Determinar la ecuación de líneas rectas o circunferencias.

Respuesta correcta: B

Comprende que para determinar el valor de la pendiente de una recta basta conocer dos puntos por los que pasa la recta. Y saber evaluar en la fórmula

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 3}{1 - 0} = \frac{2}{1} = 2$$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción

A. Desconoce cómo calcular el valor de la pendiente, por eso la asocia con el valor de la ordenada de uno de los puntos por donde pasa la recta.

C. Dificultad para sustituir datos negativos de los puntos $(-1, 1)$ y $(1, 5)$; y para comprender que todo número dividido entre cero, es indefinido. Razón por la cual

concluye que $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 1}{1 - 1} = \frac{4}{0} = 4$

D. Desconoce como calcular la pendiente a partir de dos puntos, por eso la asocia con el valor de la ordenada del punto resaltado en la gráfica.