Ministerio de Educación

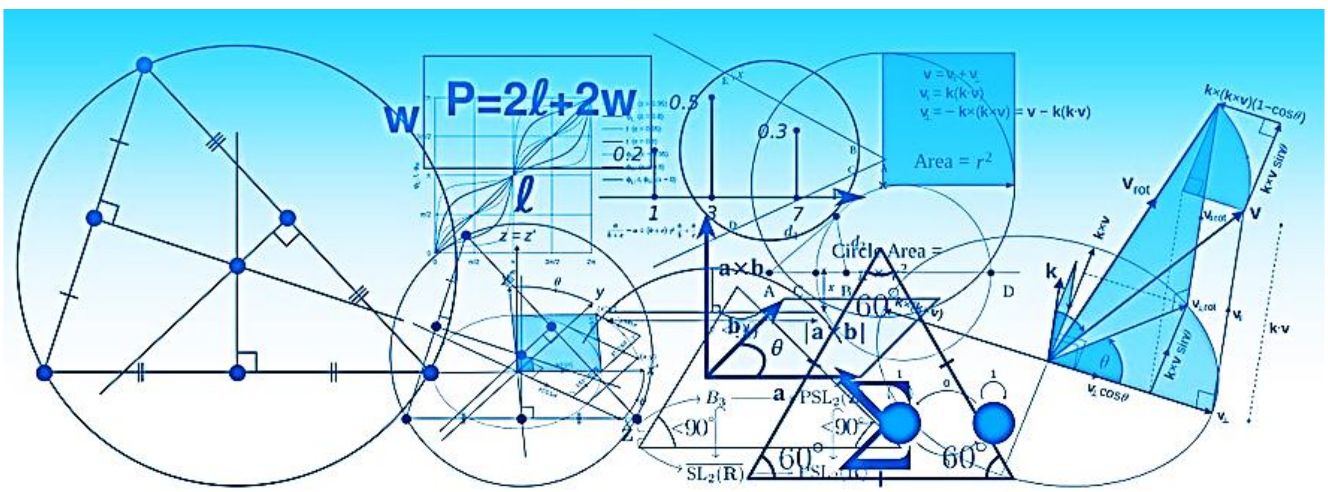
Dirección Nacional de Educación Media (Tercer Ciclo y Media)

Departamento de Evaluación de los Aprendizajes

MINISTERIO DE EDUCACIÓN
GOBIERNO DE
EL SALVADOR
UNÁMONOS PARA CRECER

Documento de Justificaciones

Técnicas de ítems



Matemática

PAES 2017

Presentación

La evaluación de los aprendizajes es un proceso continuo en el que se pueden utilizar diversos instrumentos, que diseñados y aplicados de manera adecuada, ofrecen resultados verídicos sobre el desempeño de la población estudiantil y, por ende, propician un análisis y reflexión del quehacer pedagógico para tomar decisiones acertadas que premien el desarrollo de capacidades y habilidades en los estudiantes a partir del conocimiento disciplinar.

En este sentido, la Prueba de Aprendizaje y Aptitudes para Egresados de Educación Media, evaluó las competencias planteadas en los programas de estudio, apegada a los enfoques de cada una de las asignaturas, a través de diversos ítems que exploraban conocimientos y habilidades cognitivas de comprensión, procedimiento y aplicación.

Por tal razón, el Departamento de Evaluación de los Aprendizajes del Ministerio de Educación, presenta el Documento de Justificaciones Técnicas de los Ítems por asignatura, para que cada director, docente, equipo de evaluación institucional, redes de docentes, especialistas y asistentes técnicos pedagógicos, puedan apropiarse de la descripción técnica de cada uno de los reactivos de la prueba e interpretar los procesos cognitivos que el estudiante ejecutó en cada situación planteada, ya que la respuesta correcta del ítem como las demás opciones de respuesta tienen un sentido pedagógico.

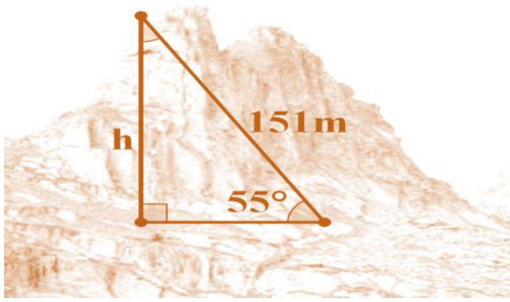
Cada ítem presenta la siguiente información: indicador de logro, según programa de estudio, habilidad específica, porcentaje de respuestas de la opción correcta y las justificaciones de la clave y distractores, para que la comunidad educativa conozca qué se exploró y cuáles son las dificultades de aprendizaje manifestadas.

Se espera que esta información que forma parte de los diferentes documentos e informes entregados a las instituciones de Educación Media sobre los resultados en PAES 2017, sea un insumo para la reflexión pedagógica y se generen espacios para analizarlos y optimizar los planes de mejora institucional.

Ítem N° 1

Indicador de logro: 1.3 Resuelve problemas utilizando razones trigonométricas.
Habilidad: Determina los elementos de un triángulo.

Un alpinista observa una montaña que quiere escalar. Él escribe en una imagen los datos que conoce y con una letra "h" el valor desconocido de la altura. Si él aplica lo aprendido en Matemática, ¿qué valor obtuvo para "h"?



A. $105.73\ m$

B. $123.69\ m$

C. $160.70\ m$

D. $184.34\ m$

Respuesta correcta: B
Porcentaje de aciertos: 52%

Identifica que la figura es un triángulo rectángulo y observa los datos que se presentan:

$\angle = 55°$
Cateto opuesto a $55°$: h
Hipotenusa: $151\ m$

Sabe que debe aplicar una de las razones trigonométricas ($sen\angle$, $cos\angle$ o $tan\angle$); concluye que la razón que permite dar solución a la situación planteada es $sen\angle$.

$$sen\ \angle = \frac{cateto\ opuesto\ a\ \angle}{hipotenusa}$$

Sustituye: $sen55° = \frac{h}{151\ m}$

Despeja: $151\ m\ (sen55°) = h$

$123.69\ m = h$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Observa de la figura que se forma un triángulo rectángulo y para resolver la situación necesita aplicar las razones trigonométricas, pero utiliza la tangente del ángulo, desconoce cuáles son los lados que involucra dicha razón.

Además, sustituye de manera incorrecta:

$$tan55° = \frac{151\ m}{h}$$

$$h = \frac{151\ m}{tan55°}$$

$$h = 105.73\ m$$

C. Reconoce que el triángulo de la figura es rectángulo y que debe encontrar uno de los lados que está representado por la longitud "h"; por lo que decide aplicar el teorema de Pitágoras, utilizando los datos presentados, además, toma en cuenta la medida del ángulo como uno de los catetos, al realizar el siguiente procedimiento:

$$h^2 = (151)^2 + (55)^2$$
$$h = \sqrt{(151)^2 + (55)^2}$$
$$h = 160.70 \ m$$

D. Resuelve la situación planteada aplicando la razón $sen\angle$, ya que identifica que el triángulo en la figura es rectángulo, pero confunde la relación de los lados (cateto opuesto e hipotenusa).

Por tanto, plantea:

$$sen55° = \frac{151\,m}{h}$$

$$h = \frac{151\,m}{sen55°}$$

$$h = 184.34\,m$$

Ítem N° 2

Indicador de logro: 2.6 Resuelve con interés y confianza problemas del entorno que involucren la aplicación combinada de los principios de la multiplicación y suma.
Habilidad: Aplica principio de la multiplicación a situaciones del entorno.

Tres turistas llegan al país y se hospedan en un hotel que tiene once habitaciones disponibles. Si cada turista debe quedar en una habitación, ¿de cuántas maneras diferentes pueden hospedarse?

A. 11

B. 33

C. 990

D. 1331

Respuesta correcta: C
Porcentaje de aciertos: 33%

Comprende e interpreta los datos de la situación presentada, por lo que aplica el principio de la multiplicación. Analiza que hay once habitaciones y tres turistas; entonces cualquiera de los tres tiene once habitaciones donde escoger, de esas uno de ellos escogió una, por lo que los dos turistas restantes solamente tienen diez habitaciones a escoger, uno de los dos turistas escogió una de las diez habitaciones, por lo que el tercer turista le quedarán nueve habitaciones donde ubicarse. La anterior descripción se traduce en el siguiente proceso: $11 \times 10 \times 9 = 990$ maneras distintas de poder hospedarse tres turistas en un hotel, con once habitaciones disponibles.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Analiza la situación planteada y, sin aplicar el principio de la multiplicación, concluye que necesita obtener la cantidad de habitaciones que están disponibles, ya que 11 es la cantidad que aparece en el enunciado. Evidencia dificultades para determinar que el problema se resuelve aplicando el principio de la multiplicación, por lo que selecciona esta opción.

B. Reconoce que para dar solución al problema requiere utilizar el principio de la multiplicación, pero lo aplica de forma incorrecta, multiplicando el total de habitaciones con la cantidad de turistas. Por lo que el estudiante establece el siguiente proceso:

$11 \times 3 = 33$ maneras.

D. El estudiante identifica los datos de la situación problemática planteada y conoce que obtendrá la solución por medio del principio de la multiplicación, pero resuelve de forma incorrecta, ya que interpreta los datos considerando que para los tres turistas se tienen 11 habitaciones para cada uno y realiza:

$11 \times 11 \times 11 = 1331$ maneras.

Ítem N° 3

Indicador de logro: 5.5 Utiliza la fórmula para el cálculo de la probabilidad de una distribución binomial en la solución de ejercicios.
Habilidad: Deduce situaciones que pueden ser resueltas utilizando distribuciones de probabilidad binomial.

En un supermercado, el 25% de los clientes prefieren un nuevo detergente. Si un día encuestan a 20 personas que hacen sus compras, ¿cuál de las siguientes expresiones permite calcular la probabilidad de que exactamente 6 personas prefieran el nuevo detergente?

A. $\binom{20}{6}(0.25)^{20}\,(0.75)^{6}$

B. $\binom{20}{6}(0.25)^{14}\,(0.75)^{6}$

C. $\binom{20}{6}(0.25)^{6}\,(0.75)^{20}$

D. $\binom{20}{6}(0.25)^{6}\,(0.75)^{14}$

Respuesta correcta: D
Porcentaje de aciertos: 39%

El estudiante analiza que es un experimento binomial que tiene dos resultados posibles: «que el cliente prefiera el nuevo detergente o no lo prefiera», además recuerda la expresión:

$P(x) = \binom{n}{x}(p)^{x}(q)^{n-x}$, donde «p» es la probabilidad de éxito y «q» la probabilidad de fracaso.

Identifica los demás datos del problema:	Sustituye en la fórmula:
n (cantidad de ensayos) = 20 p (probabilidad de éxito) = 0.25 q (probabilidad de fracaso) = 0.75 x (la cantidad de veces que se repite el éxito) = 6 $n-x$ (cantidad de veces que el fracaso se repite) = 14	$P(x) = \binom{n}{x}(p)^{x}(q)^{n-x}$ $P(x) = \binom{20}{6}(0.25)^{6}(0.75)^{20-6}$ $P(x) = \binom{20}{6}(0.25)^{6}(0.75)^{14}$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Identifica que la situación planteada representa un experimento binomial que tiene dos resultados posibles «que el cliente prefiera el nuevo detergente o no lo prefiera», también recuerda la expresión: $P(x) = \binom{n}{x}(p)^{x}(q)^{n-x}$, donde «p» es la probabilidad de éxito y «q» la probabilidad de fracaso, pero confunde los exponentes de la probabilidad de éxito y de fracaso, utilizando los números que observa en el enunciado (6 y 20), sustituyendo: $P(x) = \binom{20}{6}(0.25)^{20}(0.75)^{6}$.

B. Reconoce los exponentes adecuados, pero confunde la probabilidad de éxito con el del fracaso, realizando sustituciones que lo evidencian: $\binom{20}{6}(0.25)^{14}\,(0.75)^{6}$.

C. Comprende la probabilidad de éxito y de fracaso, también recuerda la expresión: $P(x) = \binom{n}{x}(p)^{x}(q)^{n-x}$, pero confunde el significado de los exponentes. Se limita a colocar los números que observa en el enunciado, 6 y 20.

Ítem N° 4

Indicador de logro: 1.9 Resuelve ejercicios y problemas aplicando las sucesiones aritmética.
Habilidad: Construye el término general de una sucesión aritmética.

En un estadio de fútbol, en la primera fila se sientan 20 personas, en la segunda 32, en la tercera 44 y así sucesivamente. ¿Cuál de los siguientes términos generales permite determinar la cantidad de personas sentadas en cualquier fila?

A. $a_n = 12n + 8$

B. $a_n = n + 12$

C. $a_n = 12n + 20$

D. $a_n = n + 20$

Respuesta correcta: A
Porcentaje de aciertos: 36%

El estudiante logra identificar que en la situación planteada corresponde a una sucesión aritmética, ya que establece una diferencia constante entre cualquier par de términos consecutivos de la sucesión y se auxilia de la fórmula $a_n = a_1 + (n-1)d$; estableciendo que $d = 12$ y $a_1 = 20$, por lo tanto construye término general:

$a_n = a_1 + (n-1)d$
$a_n = 20 + (n-1)12$
$a_n = 20 + 12n - 12$
$a_n = 12n + 8$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

B. Realiza la diferencia entre cada uno de los términos que aparecen en la situación planteada y reconoce que es una sucesión aritmética al obtener una diferencia constante, pero desconoce cómo se construye el término general, por lo que se limita a relacionar los datos del problema, considerando n como cualquier término que desea conocer y 12 la constante entre cada uno de los términos.
$a_n = n + 12$

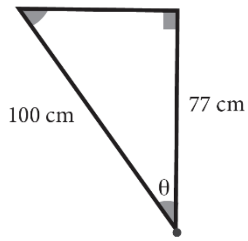
C. Observa que en una sucesión aritmética la diferencia entre los términos es una constante $d = 12$, además, que el primer término es $a_1 = 20$, pero construye de forma incorrecta el término general con los elementos que recuerda, estableciendo que $a_n = a_1 + dn$
$a_n = 20 + 12n$
$a_n = 12n + 20$

D. Sabe que el término general de una sucesión aritmética depende del primer término a_1 y de n, pero desconoce que la diferencia es una constante d, obteniendo 20 como resultado; es decir el primer término de la sucesión, entonces construye la expresión general a partir $a_n = n + 20$, sin evaluar si reproduce la sucesión planteada.

Ítem N° 5

Indicador de logro: 1.2 Soluciona ejercicios de razones trigonométricas.
Habilidad: Resuelve un triángulo rectángulo.

El valor del ángulo "θ" para el triángulo mostrado es:



A. 37.60°
B. 39.65°
C. 50.35°
D. 52.40°

Respuesta correcta: B
Porcentaje de aciertos: 40%

Conoce que la figura representa un triángulo rectángulo e identifica que para encontrar el ángulo, debe utilizar una razón trigonométrica ($sen\theta, cos\theta$ o $tan\theta$), que relacione la longitud de los lados. Analiza los datos presentados y concluye que la razón a aplicar es $cos\theta$, porque relaciona el cateto adyacente al ángulo con la hipotenusa del triángulo mediante la expresión: $cos\theta = \frac{cateto\ adyacente\ a\ \theta}{hipotenusa}$, sabe que la inversa de la razón trigonométrica (cos^{-1}) le permitirá calcular el ángulo θ, por lo que realiza el siguiente planteamiento:

$$cos\theta = \frac{77\ cm}{100\ cm}$$

$$\theta = cos^{-1}\left(\frac{77\ cm}{100\ cm}\right)$$

$$\theta = 39.65°$$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Sabe que la inversa de una razón trigonométrica le proporcionará el ángulo solicitado, pero no tiene claridad de los lados que involucra cada una de dichas razones. Para este caso considera que la tangente de un ángulo es el cociente entre el cateto adyacente al ángulo y la hipotenusa del triángulo, es por ello que obtiene un ángulo a partir de esta razón trigonométrica como se muestra:

$$tan\theta = \frac{77\ cm}{100\ cm}$$

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{77\ cm}{100\ cm}\right)$$

$$\theta = 37.6°$$

C. Observa que el triángulo presentado es rectángulo, pero desconoce la relación de las razones trigonométricas a partir de la longitud de los lados, por tanto soluciona aplicando $sen\theta$ al realizar el cociente entre el valor de la hipotenusa con el cateto adyacente a θ y luego aplica el inverso:

$$sen\theta = \frac{77\ cm}{100\ cm}$$

$$\theta = sen^{-1}\left(\frac{77\ cm}{100\ cm}\right)$$

$$\theta = 50.35°$$

D. El estudiante logra comprender que para encontrar el ángulo θ en el triángulo rectángulo presentado, debe hacer uso de las razones trigonométricas, pero confunde la relación de las longitudes de los lados y sus ángulos agudos, evidenciando que selecciona esta opción al azar, ya que no realiza ningún proceso matemático que compruebe que $tan\theta$ es la razón trigonométrica que resuelve lo solicitado.

$$tan\theta = \frac{100\ cm}{77\ cm}$$

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{100\ cm}{77\ cm}\right)$$

$$\theta = 52.40°$$

Ítem N° 6

Indicador de logro: 3.8 Interpreta y explica, con interés, los logaritmos como operación inversa de la potenciación.
Habilidad: Resuelve ejercicios de conversión de expresiones exponenciales a logarítmicas, y viceversa.

Si $Log_2 x + Log_2 y = 8$, selecciona el proceso en el que "y" se ha despejado correctamente.

A.	$Log_2 x + Log_2 y = 8$ $Log_2(x+y) = 8$ $x + y = 2^8$ $y = 2^8 - x$	C.	$Log_2 x + Log_2 y = 8$ $Log_2(xy) = 8$ $xy = 2^8$ $y = \frac{2^8}{x}$
B.	$Log_2 x + Log_2 y = 8$ $Log_2(xy) = 8$ $xy = 2(8)$ $y = \frac{16}{x}$	D.	$Log_2 x + Log_2 y = 8$ $Log_2(x+y) = 8$ $x + y = 2(8)$ $y = 16 - x$

Respuesta correcta: C
Porcentaje de aciertos: 16%

Reconoce como aplicar adecuadamente la propiedad $Log_a b + Log_a c = Log_a(bc)$, después de su aplicación, interpreta de forma apropiada que la base del logaritmo es 2, el exponente es «y» y el argumento es 8, por lo que hace buen uso la propiedad $Log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$ que permite convertir una expresión logarítmica en una exponencial o comprende el significado de la igualdad $\log_a b = c$, interpretando que «c», es el exponente al que hay que elevar la base «a», para obtener «b», $a^c = b$, luego utiliza sus conocimientos algebraicos y despeja correctamente la variable solicitada «y».

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Aplica de forma inadecuada la propiedad $Log_a b + Log_a c = Log_a(bc)$, considerando que los argumentos «b» y «c», se deben sumar para formar el nuevo argumento, lo cual es incorrecto, pero utiliza correctamente la propiedad $Log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$ para convertir una expresión logarítmica en una exponencial, además despeja correctamente la variable «y».

B. Aplica correctamente la propiedad $Log_a b + Log_a c = Log_a(bc)$, pero la base del logaritmo la pasa a multiplicar al otro extremo de la igualdad, como si fuera una ecuación algebraica, no comprende que en la expresión $\log_a b = c$, «c» es el exponente al que hay que elevar la base «a» del logaritmo para obtener «b», es decir $a^c = b$, sin embargo despeja correctamente la variable «y».

D. Hace uso incorrecto de la propiedad $Log_a b + Log_a c = Log_a \left(bc\right)$, al considerar que los argumentos «b» y «c» se deben sumar para formar el nuevo argumento «b + c», lo cual es incorrecto, además falla en la conversión de la expresión logarítmica a exponencial, pues la base la pasa a multiplicar al otro extremo de la igualdad como si fuera ecuación algebraica, por lo que deja en evidencia que no tiene claro lo que representa la base en el logaritmo de una expresión.

Ítem N° 7

Indicador de logro: 5.2 Resuelve problemas aplicando e interpretando críticamente la media aritmética en datos agrupados y no agrupados.
Habilidad: Calcula la media aritmética para datos agrupados en una situación cotidiana.

En cierto lugar del cerro El Pital, se toma una muestra de las temperaturas por día y se organiza en la siguiente tabla:

Temperatura °C	Días
-2	2
-1	2
0	1
3	2
5	2

¿Cuál es la temperatura media en ese lugar?

A. 1.1
B. 1.8
C. 2.0
D. 2.5

Respuesta correcta: A
Porcentaje de aciertos: 33%

El estudiante retoma los datos de la situación planteada y comprende que debe calcular la media aritmética para datos agrupados. De esta forma, obtiene el producto de la variable «x» (temperatura) por la frecuencia (días), y luego suma este resultado para dividirlo entre el total de días, tal como se muestra: $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{10}{9} \approx 1.1$

Temperatura °C «X»	Días «f»	Xf
-2	2	-4
-1	2	-2
0	1	0
3	2	6
5	2	10
	9	**10**

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

B. Reconoce que debe obtener la media aritmética, pero realiza los cálculos como si fuera una serie simple en la que la variable es la frecuencia, para el caso:

$$\bar{x} = \frac{2+2+1+\ 2+2}{5} = \frac{9}{5} = 1.8$$

C. Conoce que en la situación planteada necesita obtener la media aritmética para datos agrupados, por lo que obtiene correctamente el producto de la variable «x» (temperatura) por la frecuencia «f» (días), pero no tiene claro el valor por el que debe dividir, entonces realiza el cociente del total del producto «xf» entre la cantidad de filas que observa en la tabla del enunciado:

$$\bar{x} = \frac{(-2)(2)+(-1)(2)+(0)(1)+(3)(2)+(5)(2)}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

D. Verifica los datos presentados, sin embargo tiene poco conocimiento sobre el cálculo de la media aritmética, ya que con la finalidad de encontrar una respuesta divide el total de filas entre el total de columnas de la tabla presentada: $\bar{x} = \frac{5}{2} = 2.5$

Ítem N° 8

Indicador de logro: 6.7 Resuelve problemas aplicando el teorema del coseno.
Habilidad: Identifica adecuadamente el teorema del seno, para la solución de problemas propuestos.

¿Cuál es la medida del lado AB del terreno triangular que se muestra?

A. $45.5\ m.$

B. $61.6\ m.$

C. $68.3\ m.$

D. $74.4\ m.$

Respuesta correcta: D
Porcentaje de aciertos: 44%

El estudiante observa la imagen y reconoce que la figura representa un triángulo oblicuángulo, analiza los datos y determina que para dar solución debe utilizar la ley del coseno, conociendo que en el triángulo ABC presentado se cumple que $c^2 = a^2 + b^2 - 2(a)(b)\cos\alpha$, donde a, b y c, son las longitudes de los lados del triángulo y $\alpha = 102°$ es el ángulo opuesto a lado c que representa la longitud del lado AB del terreno que necesita encontrar, por lo que plantea:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2(a)(b)\cos\alpha$$

$$c = \sqrt{a^2 + b - 2(a)(b)\cos\alpha}$$

$$c = \sqrt{(58\ m)^2 + (36\ m)^2 - 2(58\ m)(36\ m)\cos 102°}$$

$$c = 74.4\ m$$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Conoce que para resolver la situación propuesta necesita auxiliarse de un teorema, pero no establece diferencia entre un triángulo rectángulo y un oblicuángulo, por lo tanto utiliza el teorema de Pitágoras, aplica de manera equivocada $c^2 = a^2 - b^2$, para encontrar la medida del lado AB:

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$c = \sqrt{(58\ m)^2 - (36)^2}$$

$$c = 45.5\ m$$

B. Observa los datos y la figura presentada. Concluye que para encontrar la medida de lado AB del terreno triangular necesita utilizar la ley del coseno, pero no recuerda con claridad la forma correcta de la ecuación, por lo que se equivoca en el signo tomando $c^2 = a^2 + b^2 + 2(a)(b)cos\alpha$ en lugar de $c^2 = a^2 + b^2 - 2(a)(b)cos\alpha$, obteniendo:

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2(a)(b)\cos\alpha$$

$$c = \sqrt{a^2 + b + 2(a)(b)\cos\alpha}$$

$$c = \sqrt{(58\,m)^2 + (36\,m)^2 + 2(58\,m)(36\,m)\cos 102°}$$

$$c = 61.6\,m$$

C. Comprende que para encontrar la longitud AB del terreno triangular es necesario aplicar un teorema, pero no identifica que el triángulo mostrado es oblicuángulo, se confunde y utiliza el teorema de Pitágoras, considerando que es rectángulo.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{(58\,m)^2 + (36\,m)^2}$$

$$c = 68.3\,m$$

Ítem N° 9

Indicador de logro: 1.12 Establece con claridad y seguridad, la diferencia entre una sucesión aritmética y una geométrica.
Habilidad: Soluciona problemas sobre sucesiones aritméticas y geométricas aplicadas en su entorno.

Un doctor receta a su paciente un jarabe para una tos persistente. Le indica que el primer día debe tomar 110 ml y debe disminuir la dosis en 5 ml cada día, respecto al día anterior, ¿cuántos ml habrá tomado durante 20 días del tratamiento?

A. 1050 C. 2090

B. 1250 D. 2200

Respuesta correcta: B
Porcentaje de aciertos: 44%

Soluciona el problema identificando en cada uno de los datos una diferencia constante, por lo tanto comprende que corresponde a una sucesión aritmética; sabe que para encontrar el total de mililitros primero debe hallar el término de la posición 20, aplicando el término general, después realizar la adición de los primeros 20 términos, utilizando la fórmula de la suma de «n» términos de la sucesión como se muestra a continuación:

Término general de la sucesión aritmética:	Fórmula de la suma de «n»
$a_n = a_1 + (n-1)d$ $a_{20} = 110 + (20-1)(-5)$ $a_{20} = 15$	$S_n = \frac{(a_1+a_n)n}{2}$ $S_{20} = \frac{(110+15)20}{2}$ $S_{20} = 1250\ ml$

Puede considerarse una segunda forma de darle solución: Realizar restas sucesivas con los términos presentados en la situación problemática y luego sumar los resultados obtenidos:
110 ml primer día
105 ml segundo día
100 ml tercer día
95 ml tercer día…

110 ml + 105 ml + 100 ml + 95 ml…= 1250 ml

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Resuelve el problema identificando que la sucesión planteada es aritmética, porque realiza la diferencia entre cualquier par de términos consecutivos, pero no recuerda cómo aplicar la fórmula del término general y de la suma de «n» términos. Selecciona esta opción porque ha desarrollado la expresión $a_n = a_1 + (n+1)d$, sustituyendo el signo «-» por el signo «+».

Datos: $n = 20$, $d = 5$ y $a_1 = 110$

Término general de la sucesión aritmética:	**Fórmula de la suma de «n»**
$a_n = a_1 + (n+1)d$ $a_{20} = 110 + (20+1)(5)$ $a_{20} = 215$	$S_n = \frac{(a_n - a_1)n}{2}$ $S_{20} = \frac{(215-110)20}{2}$ $S_{20} = 1050\ ml$

C. El estudiante identifica en los datos del problema que el paciente debe tomar 110 ml, el primer día, por lo que establece que es un producto el que debe obtener para dar solución. Desconoce que el caso planteado se refiere a una sucesión aritmética, por lo que considera que solo quedan 19 días de tratamiento y realiza:

$$110 \times 19 \ = \ 2090\, ml$$

D. Identifica en el enunciado que el paciente debe tomar 110 ml desde el primer día, de los 20 que durará el tratamiento; el estudiante evidencia no tener conocimientos sobre sucesiones aritméticas, ya que encuentra lógica esta opción de repuesta porque relaciona la cantidad de ml con los días del tratamiento y desarrolla:

$$110 \times 20 \ = \ 2200\, ml$$

Ítem N° 10

Indicador de logro: 7.13 Construye, utiliza y explica la ecuación de una recta: punto pendiente, valorando su utilidad.
Habilidad: Construye la ecuación de una recta, a partir del valor de la pendiente y un punto.

Una línea recta pasa por el punto $(12{,}10)$ y tiene una pendiente de -3, ¿cuál de las siguientes ecuaciones la representa?

A. $y + 3x = 46$
B. $y + 3x = 42$
C. $y - 3x = 12$
D. $y - 3x = 10$

Respuesta correcta: A
Porcentaje de aciertos: 31%

El estudiante conoce los elementos de una línea recta y los identifica en los datos:
Pendiente de la recta: $m = -3$
Punto sobre la recta: $P(12{,}10)$
Coordenadas del punto: $x_1 = 12$ $\quad y_1 = 10$
A partir de la información anterior construye la ecuación de la línea recta, realizando el siguiente proceso:

$y - y_1 = m(x - x_1)$

Sustituye:

$y - 10 = -3(x - 12)$
$y - 10 = -3x + 36$
$y + 3x = 36 + 10$
$y + 3x = 46$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

B. Identifica los siguientes elementos de una línea recta:
Pendiente de la recta: $m = -3$
Punto sobre la recta: $P(12{,}10)$
Coordenadas del punto: $x_1 = 10$ $\quad y_1 = 12$
Confunde el valor para la abscisa y para la ordenada, intercambiando dichos valores en la ecuación, como se muestra:
$y - y_1 = m(x - x_1)$
$y - 12 = -3(x - 10)$
$y - 12 = -3x + 30$
$y + 3x = 30 + 12$
$y + 3x = 42$

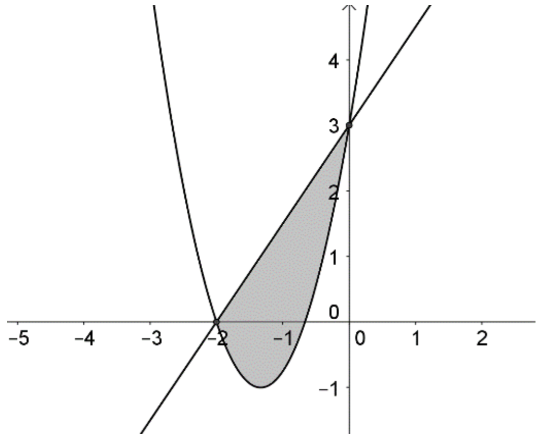
C. Sabe cómo construir la ecuación de una línea recta si el punto es una intersección con el eje «y», por tanto ubica como intersecto a $P(0{,}12)$. Evidencia dificultades para construir la ecuación de la recta a partir de su pendiente y un punto cualquiera en ella. Considera esta opción como respuesta correcta sin constatar la fórmula aplicada y el cambio de signo de la pendiente:
Pendiente de la recta: $m = 3$ $\quad b = 12$
$y = mx + b$
$y = 3x + 12$
$y - 3x = 12$

D. Recuerda la fórmula para construir la ecuación de la línea recta, pero tiene dificultades para interpretar el significado de sus componentes y la diferencia que existe entre ellos, por tal razón se confunde en identificar la ecuación pendiente intersecto, omitiendo la ecuación punto pendiente. En consecuencia construye la ecuación de la recta en la forma pendiente intersecto seleccionando $P(0{,}10)$ y cambia el signo al valor de la pendiente:
Pendiente de la recta: $m = 3$; $\quad b = 10$
$y = mx + b$
$y = 3x + 10$
$y - 3x = 1$

Ítem N° 11

Indicador de logro: 4.12 Identifica y explica el dominio y recorrido de las funciones.
Habilidad: Identifica domino y recorrido a partir de una gráfica presentada en el plano cartesiano.

En la siguiente gráfica, ¿cuál es el dominio y rango que corresponde a la región sombreada?



A. D= [-1,3], R = [-2,0[

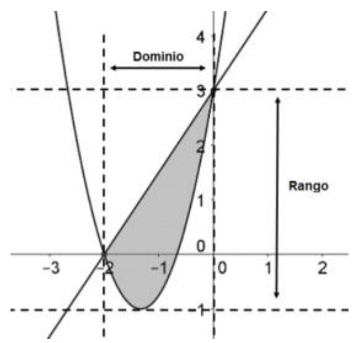
B. D= [-1,+∞[, R = [-2, +∞[

C. D= [-2,0], R = [-1, 3]

D. D= [-2,+∞[, R = [-1, +∞[

Respuesta correcta: C
Porcentaje de aciertos: 49%

Identifica que la región sombreada se extiende sobre el eje «x», desde -2 hasta 0, siendo el dominio, el intervalo [-2,0]; mientras que en el eje «y», comienza desde el vértice de la parábola tomando su ordenada como inicio del intervalo y 3 donde finaliza, quedando el intervalo [-1,3] como el rango. Como se muestra el siguiente gráfico.



A. Identifica los intervalos [-1,3] y [-2,0[, considerando que el 0 no se toma porque la gráfica no pasa por ese punto, además, confunde el dominio con el rango y concluye D= [-1,3], R = [-2,0[.

B. Reconoce parcialmente como inician los intervalos, pero confunde el dominio con el rango, ya que considera que el dominio se debe obtener en el eje «y», mientras que el rango en el eje «x». Por tanto, el estudiante supone que el dominio parte en -1 y el rango comienza en -2, pero en ambos caso no está seguro hasta donde llegan los intervalos.

D. Recuerda que el dominio debe ubicarse en el eje «x», mientras que el rango en el eje «y», pero identifica parcialmente los intervalos, es decir, en el caso del dominio sabe que inicia en -2, pero no sabe dónde termina, lo mismo sucede con el rango pues reconoce que inicia en -1, pero no comprende el intervalo en el cual finaliza.

Ítem N° 12

Indicador de logro: 7.11 Resuelve, con seguridad, ejercicios y/o problemas utilizando desigualdades cuadráticas con una variable.
Habilidad: Resuelve desigualdades.

Al resolver la desigualdad cuadrática $(5x-4)(x-2)<0$, su conjunto solución es:

A. $]-\infty,\frac{4}{5}[\cup]2,+\infty[$

B. $]\frac{4}{5},2[$

C. $]-\infty,\frac{4}{5}]\cup[2,+\infty[$

D. $[\frac{4}{5},2]$

Respuesta correcta: B
Porcentaje de aciertos: 28%

Comprende que los factores $(5x-4)y\ (x-2)$ debe igualarlos a cero:

$$5x-4=0 \qquad x-2=0$$
$$5x=4 \qquad x_2=2$$
$$x_1=\frac{4}{5}$$

Aplica correctamente un método algebraico (cuadro de variación) o método gráfico, para encontrar la solución de la desigualdad mostrada, que en el fondo es hallar en que parte del eje de las «x», el signo del valor numérico de cada factor es distinto, de forma tal que el producto de ambos es menor que cero.

	$-\infty$	$\frac{4}{5}$	2	$+\infty$
$5x-4$	-	+	+	
$x-2$	-	-	+	
$(5x-4)(x-2)$	+	-	+	

Concluye que la solución es: $\left]\frac{4}{5},2\right[$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Reconoce que cada factor debe igualarlo a cero para obtener las raíces y en el cuadro de variación u otro método gráfico para realizar el análisis de signos, pero selecciona el intervalo donde el producto es mayor que cero, ya que no comprende el significado del símbolo <0, además no considera que las raíces deben de tomarse en cuenta en el intervalo:

$$\left]-\infty,\frac{4}{5}\right[\cup\,]2,+\infty[$$

C. Utiliza el cuadro de variación para analizar el comportamiento de los factores $(5x-4)\ y\ (x-2)$ en el eje de las «x», pero no comprende el significado del símbolo <0, por lo que selecciona la respuesta $\left]-\infty,\frac{4}{5}\right[\cup[2,+\infty[$, entendiendo así que los valores que hacen cierta la desigualdad son los mayores o iguales a cero.

D. Utiliza el cuadro de variación para analizar el comportamiento de los factores $(5x-4)y\ (x-2)$ en el eje de las «x», identifica que los valores de la desigualdad son los menores, pero no comprende que no debe incluir los valores donde el producto del factor se iguala a cero, lo cual al cerrar los corchetes incluye dichos valores para «x»

$$\left[\frac{4}{5},2\right]$$

Ítem N° 13

Indicador de logro: 4.15 Resuelve correctamente ejercicios y problemas sobre el cálculo de la probabilidad de eventos.
Habilidad: Resuelve situaciones del entorno utilizando probabilidades de eventos simples o enfoque clásico.

En una universidad se elegirá un representante de los estudiantes de Ciencias Naturales para asistir a un congreso, para ello se tiene la siguiente información:

Área / Sexo	Biología	Física	Química	Total
Mujer	20	80	100	200
Hombre	80	40	80	200
Total	100	120	180	400

¿Cuál es la probabilidad de elegir a una mujer estudiante de Física?

A. 0.20
B. 0.30
C. 0.40
D. 0.50

Respuesta correcta: A
Porcentaje de aciertos: 33%

El estudiante comprende la situación planteada, analiza los datos e identifica que para resolver debe utilizar el concepto de la probabilidad clásica, que indica que la ocurrencia de un evento es el resultado de dividir los casos favorables al evento entre todos los casos posibles:

$$P(E) = \frac{Casos\ favorables}{Casos\ posibles}$$

Identifica los casos favorables (80), como aquellos estudiantes que cumplen con ser mujer y estudiar física y los casos posibles como el total de estudiantes (400), define el evento E de la siguiente manera:
E = evento ser mujer y estudiante de física.

$$P(E) = \frac{80}{400} = 0.2$$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

B. Define E de la siguiente manera:
E = evento ser mujer y estudiante de física.
Logra analizar que los casos posibles son 400, pero confunde los casos favorables, tomando los 120 que estudian física,

$$P(E) = \frac{120}{400} = 0.3$$

C. Define el evento E de la siguiente manera:
E = evento ser mujer y estudiante de física.
Reconoce los casos favorables 80, pero se equivoca y toma como casos posibles el número total de mujeres 200.

$$P(E) = \frac{80}{200} = 0.4$$

D. Define el evento E de la siguiente manera:
E = evento ser mujer y estudiante de física.
Determina los casos posibles que son 400, pero toma como casos favorables 200, que es el total de mujeres.

$$P(E) = \frac{200}{400} = 0.5$$

Ítem N° 14

Indicador de logro: 7.5 Interpreta y ejemplifica desigualdades con interés.
Habilidad: Identifica desigualdades lineales que modelan situaciones cotidianas

Carlos tiene una bolsa de papel que soporta un peso máximo de 7.23 kg, en ella introduce un paquete de harina que pesa 1.9 kg y manzanas que pesan cada una 0.27 kg. ¿Cuál de las siguientes desigualdades permite modelar la cantidad de manzanas que se pueden colocar?

A. $1.9x + 0.27 \geq 7.23$

B. $1.9x + 0.27 \leq 7.23$

C. $1.9 + 0.27x \geq 7.23$

D. $1.9 + 0.27x \leq 7.23$

Respuesta correcta: D
Porcentaje de aciertos: 35%

Comprende que el peso total entre manzanas y 1.9 kg de harina no debe superar los 7.23 kg, es decir puede ser menor a ese peso o a lo sumo igual, por tanto identifica que el símbolo adecuado debe ser ≤ 7.23. Además, el peso de las manzanas está dado por $0.27x$, siendo el peso entre la harina y manzanas el resultado de $1.9 + 0.27x$, que debe ser menor a la suma o igual a 7.23, quedando por ello: $1.9 + 0.27x \leq 7.23$.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. El estudiante no comprende que la variable en cantidad eran las manzanas y no la harina, también, desconoce la interpretación del sentido de la desigualdad, ya que pide sea menor que $7.23\ kg.$, mientras que en ese caso indica que es mayor o igual a $7.23\ kg$.

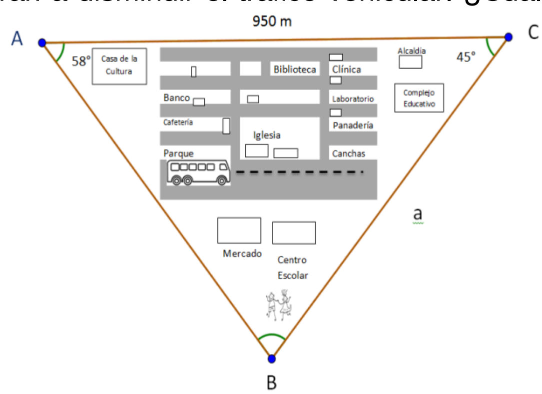
B. Comprende el sentido de la desigualdad, pero interpreta la información erróneamente, considerando que la variable es el peso de la harina y no el de las manzanas, indicando que el peso tiene que ser igual o menor a $7.23\ kg$.

C. Interpreta correctamente que la variable es la cantidad de manzanas y no la harina, pero no comprende el sentido de la desigualdad, por lo tanto considera que la bolsa resiste un peso mayor o igual a $7.23\ kg$.

Ítem N° 15

Indicador de logro: 6.3 Utiliza el teorema del seno, al solucionar ejercicios sobre triángulos oblicuángulos.
Habilidad: Identifica adecuadamente el teorema del seno, para la solución de problemas propuestos.

Una empresa especialista en terracería tiene un plano con los trazos para la construcción de tres calles que ayudarán a disminuir el tráfico vehicular. ¿Cuál será la longitud de la calle «a»?



A. $689.42\ m$
B. $792.11\ m$
C. $826.84\ m$
D. $925.65\ m$

Respuesta correcta: C
Porcentaje de aciertos: 45%

Observa el triángulo y se da cuenta que conoce dos ángulos, por lo que aplica el teorema que dice que: «en todo triángulo la suma de sus ángulos internos es 180° grados», determinando de esta forma que 77° es el ángulo «B». Luego analiza los datos del problema identifica la información necesaria para aplicar la ley del seno. Conoce que en cualquier triángulo las razones de las longitudes de los lados con los senos de sus ángulos opuestos son iguales.

Entonces plantea:

$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senb}$$

$$a = \frac{bsenA}{senB}$$

$$a = \frac{950\ sen(58°)}{sen(77°)}$$

$$a = 826.84\ m$$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Identifica que el lado de longitud $950\ m$ se opone a un ángulo (B) que no conoce, recuerda que la suma de los ángulos internos de todo triángulo es 180°, por lo que realiza el procedimiento correcto para obtener 77°, pero al aplicar la ley del seno se equivoca relacionando el lado de longitud «a» con el ángulo de $45°$, estableciendo:

$$\frac{a}{sen(45°)} = \frac{950\ m}{sen(77°)}$$

$$a = \frac{950\ sen(45°)}{sen(77°)}$$

$$a = 689.42\ m$$

B. Relaciona el lado de longitud «a» con un ángulo de $45°$ y el lado de longitud $950\ m$ con el ángulo de $58°$. Desconoce que en cualquier triángulo las razones de las longitudes de los lados con los senos de sus ángulos opuestos son iguales, realizando el proceso:

$$\frac{a}{sen(45°)} = \frac{950\ m}{sen(58°)}$$

$$a = \frac{950\ sen(45°)}{sen(58°)}$$

$$a = 792.11\ m$$

D. Determina de forma correcta que el ángulo que le falta es de 77°, al seleccionar esta opción evidencia desconocimiento de la aplicación de la ley del seno, determinando que el lado de longitud $950\ m$ se opone a un ángulo de $77°$ para encontrar el lado de longitud «a», como se muestra a continuación:

$$a = b(senB)$$

$$a = 950(sen77°)$$

$$a = 925.65\ m$$

Ítem N° 16

Indicador de logro: 1.12 Establece con claridad y seguridad, la diferencia entre una sucesión aritmética y una geométrica.
Habilidad: Determina el término general de una sucesión geométrica.

¿Cuál es el término general de la sucesión: -3,-12,-48,-192…?

A. $f(n) = -3(4)^{n-1}$

B. $f(n) = 3(4)^{n-1}$

C. $f(n) = -3(-4)^{n-1}$

D. $f(n) = -3(4)^{n+1}$

Respuesta correcta: A
Porcentaje de aciertos: 45%

El estudiante logra identificar que se trata de una sucesión geométrica, al dividir entre si el segundo término con el primero, el tercer término con el segundo y así sucesivamente hasta determinar que 4 es la razón constante entre ellos, luego revisa las posibles opciones, pero se da cuenta que todos los términos tienen que ser negativos, por lo que sustituye en el literal A ó D: para $n = 1$ y verifica que «A» es la opción que cumple. De esta forma concluye que $f(n) = -3(4)^{n-1}$ es el término general.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

B. Comprueba que la razón entre los términos es 4 y reconoce que es una sucesión geométrica, evalúa el exponente para $n = 1$, pero no toma en cuenta que los términos que se generan deben ser negativos.

C. Determina que debe encontrar la razón, pero no comprueba que en esta opción de respuesta los términos que se generan al aplicar la fórmula son positivos y negativos.

D. Encuentra la razón, evalúa el exponente para $n = 1$, pero el estudiante no se da cuenta que esta fórmula no le genera los primeros dos términos, sino del tercer término en adelante.

Ítem N° 17

Indicador de logro: 8.10 Resuelve problemas de aplicación de las propiedades de la desviación típica a situaciones reales con confianza.
Habilidad: Interpreta propiedades de medidas de dispersión.

El salario promedio de los trabajadores de una institución es de $350 y la desviación típica es de $90. Si a cada empleado se le aumentará el 15%, ¿cuál será la nueva desviación estándar?

A. $ 90.00
B. $103.50
C. $105.00
D. $120.75

Respuesta correcta: B
Porcentaje de aciertos: 26%

El estudiante evidencia dominio sobre las propiedades de la desviación típica al interpretar la situación presentada y reconocer que para solucionar el problema debe aplicar la propiedad de la desviación típica que indica que: «si todos los términos de una variable estadística se incrementan o disminuyen en un mismo valor, la desviación típica original, quedará aumentada o disminuida en ese mismo valor», además, comprende que es un incremento de un porcentaje de cada sueldo, no una cantidad constante para todo.

$\sigma(\text{desviación típica}) =$ \$90 Porcentaje de aumento en cada sueldo 15%

$\sigma_{nueva} =$ \$90 x 1.15 = \$103.50

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Analiza los datos de la situación planteada y considera que debe aplicar la propiedad de la desviación típica que demuestra que: «si a cada uno de los datos de la variable se le suma una misma cantidad la desviación típica no cambia».
$\sigma =$ \$90, es decir, la desviación típica es la misma.

C. Sabe que debe aplicar las propiedades de la desviación típica, pero se confunde y utiliza la propiedad de la media aritmética que establece que: «si todos los términos de una variable estadística se incrementan o disminuyen en una misma cantidad, la media aritmética quedará aumentada o disminuida en la misma cantidad», no comprende que es un incremento de un porcentaje de cada sueldo, no una cantidad constante para todo.
$\sigma =$ \$90 + 15 = \$105
Evidenciando que el estudiante no comprende que no es lo mismo que cada dato se incremente en una misma cantidad a que se incremente cada dato en un porcentaje.

D. Sabe que la nueva desviación típica quedará incrementada en el porcentaje que aumenta el sueldo de cada uno, el error es que hace dos incrementos en los empleados un aumento constante de $15 y luego sobre eso aplica la variación que experimentará la desviación típica.
$\sigma_{nueva} =$ (\$90 + \$15) x 1.15 = \$120.75

Ítem N° 18

Indicador de logro: 5.10 Resuelve ejercicios y problemas aplicados a la vida cotidianas sobre variables con distribución normal, con seguridad.
Habilidad: Resuelve situaciones haciendo uso de tabla de distribución normal.

En una panadería los panes tienen un tamaño promedio de 10 cm de largo y varianza 2.56 cm^2, ¿cuál es la probabilidad de que al escoger un pan al azar su tamaño sea menor a 12 cm?

A. 0.1056	C. 0.7823
B. 0.2177	D. 0.8944

Respuesta correcta: D
Porcentaje de aciertos: 17%

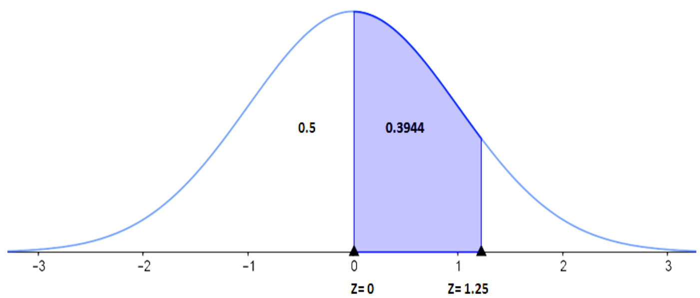
Comprende que la probabilidad solicitada puede calcularse mediante el modelo de la distribución normal, para lo cual tiene el tamaño medio de los panes y la varianza. Para calcular dicha probabilidad debe estandarizar el valor de la variable mediante la fórmula:

$$z = \frac{x-u}{\sqrt{\sigma^2}}$$

Sea x: evento obtener un pan de tamaño menor a 12 cm.

$P(x < 12) = P\left(\frac{x-u}{\sqrt{\sigma^2}} < \frac{12-10}{\sqrt{2.56}}\right) = P(z < 1.25)$

Si hace el gráfico de una distribución normal resulta que $z = 1.25$ y se ubica como se muestra:



Pero se necesita la $P(z < 1.25)$, luego lee en la tabla el valor para z entre $z = 0$ y $z = 1.25$ que es 0.3994 y agrega 0.5 que corresponde a la parte izquierda de la mitad de la curva de distribución normal.
$P(Z < 1.25) = 0.5 + 0.3944 = 0.8944.$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Estandariza la variable para la que desea calcular la probabilidad:
$P(x < 12) = P\left(\frac{x-u}{\sqrt{\sigma^2}} < \frac{12-10}{\sqrt{2.56}}\right) = P(z < 1.25)$, pero interpreta erróneamente la probabilidad que asigna al realizar el cálculo $0.5 - 0.3944 = 0.1056$.

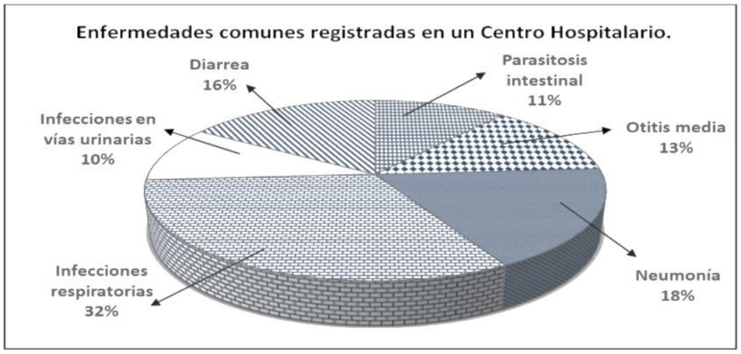
B. Estandariza erróneamente al no comprender que debe dividir por desviación típica y no por varianza $P(x < 12) = P\left(\frac{x-u}{\sigma^2} < \frac{12-10}{2.56}\right) = P(z < 0.78)$, además, interpreta incorrectamente la probabilidad, asignando al realizar el calculo $0.5 - 0.2833 = 0.2177$

C. Estandariza erróneamente al dividir por la desviación típica, aunque el área bajo la curva normal la interprete adecuadamente $P(z < 0.78) = 0.5 + 0.2823 = 0.7823$.

Ítem N° 19

Indicador de logro: 3.4 Interpreta gráficos de datos referidos a situaciones sociales, ambientales, sanitarias y deportivas.
Habilidad: Interpreta información presentada en gráficos estadísticos.

El siguiente gráfico presenta información sobre las enfermedades comunes registradas en un centro hospitalario.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A. Menos de la mitad de la población se enferma de infecciones respiratorias o neumonía.
B. Las personas con infecciones respiratorias son más de las que padecen de otitis media o neumonía.
C. Las personas con infecciones en vías urinarias o diarrea son más de las que padecen parasitosis o neumonía.
D. Más de la mitad de la población se enferma de infecciones respiratorias o de diarrea.

Respuesta correcta: B
Porcentaje de aciertos: 65%

Interpreta la información presentada en la gráfica en la que se expresa que las personas con infecciones respiratorias son un 32% y comprende por el conector «o», que debe realizar una suma de los porcentajes de otitis media con el de neumonía 13% + 18% = 31%, siendo este valor menor que 32%.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Observa el gráfico y la información textual, interpreta por el conector «o», que debe sumar los porcentajes de infecciones respiratorias con el de neumonía: 32% + 18% = 50%, obteniendo la mitad de la población, pero analiza incorrectamente, ya que no toma en cuenta el enunciado de la afirmación que dice «menos de la mitad de la población».

C. Analiza los porcentajes presentados en el gráfico para las personas que se enferman de vías urinarias o diarrea, interpreta el conector «o» de la expresión correctamente y suma obteniendo el 26%, al ver un segundo «o» intenta comparar por separado el porcentaje obtenido con los porcentajes para parasitosis o neumonía 26% > 11% y 26% > 18, por lo que concluye erróneamente.

D. Comprende la información que se le presenta en el gráfico e interpreta que debe realizar una suma, selecciona esta opción de respuesta sin darse cuenta que las enfermedades respiratoria son 32% y diarrea 16%, sumando un total de 48%, considera de forma incorrecta que este dato representa un dato mayor de la mitad de la población.

Ítem N° 20

Indicador de logro: 5.2 Resuelve problemas aplicando e interpretando críticamente la media aritmética en datos agrupados y no agrupados.
Habilidad: Interpreta la media aritmética en ejercicios o situaciones.

El peso promedio de 5 paquetes es 11 libras, si cuatro de los paquetes pesan 6, 7, 13, y 14, ¿cuántas libras pesa el quinto paquete?

A. 8
B. 10
C. 15
D. 20

Respuesta correcta: C
Porcentaje de aciertos: 44%

Comprende que la situación problemática a la que se enfrenta es que debe encontrar la media aritmética para datos simples y representa con «x» el peso faltante, efectuando:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$11 = \frac{6 + 7 + 13 + \ 14 + x}{5}$$
$$11(5) = 40 + x$$
$$55 - 40 = x$$
$$x = 15\ lb$$

O bien analiza en la situación planteada que si el peso promedio es 11 libras es porque todos los paquetes pesan 55 libras, pero el peso de 4 de ellos es 40 libras, por lo tanto, el faltante (quinto paquete), pesará 15 libras.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Deduce que debe calcular la media aritmética y conoce como realizar el proceso, pero toma en cuenta todos los datos del enunciado, incluyendo el peso que falta, obteniendo:

$$\bar{x} = \frac{6 + 7 + 13 + \ 14 + 5 + 11}{7} = \frac{56}{7} = 8\ lb$$

B. Comprende que debe realizar el cálculo de la media aritmética para una serie de datos simples, pero interpreta incorrectamente la situación propuesta y obtiene la media de los 4 datos que observa en el enunciado:

$$\bar{x} = \frac{6 + 7 + 13 + \ 14}{4} = \frac{40}{4} = 10\ lb$$

D. Reconoce que debe obtener la media aritmética porque identifica que en la información del enunciado se hace referencia al promedio, pero evidencia un desconocimiento para realizar el cálculo y suma los 4 datos que le proporciona la situación planteada y lo divide entre 2.

$$\bar{x} = \frac{6 + 7 + 13 + \ 14}{2} = \frac{40}{2} = 20\ lb$$

Ítem N° 21

Indicador de logro: 5.10 Resuelve ejercicios y problemas aplicados a la vida cotidianas sobre variables con distribución normal, con seguridad.
Habilidad: Utiliza tablas para encontrar áreas bajo la curva normal.

¿Cuánto es el valor de $P(0.63 \leq z \leq 1.57)$?

A. 0.2061
B. 0.2357
C. 0.3264
D. 0.6775

Respuesta correcta: A
Porcentaje de aciertos: 25%

Comprende que debe utilizar las tablas de distribución normal para dar solución al ejercicio, utiliza adecuadamente la tabla que le permite obtener el área bajo la curva normal entre $z = 0$ y otro valor de z, entonces busca las áreas para z entre 0.63 y 1.57.
De acuerdo a la tabla de distribución normal que conoce, busca el área para $z = 0.63$ y obtiene de la tabla 0.2357, luego para $z = 1.57$ encuentra el valor 0.4418, concluye entonces que el área para z entre 0.63 y 1.57 es: $0.4418 - 0.2357 = 0.2061$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

B. Utiliza adecuadamente la tabla de distribución normal para encontrar el área entre $z = 0$ y $z = 0.63$. Busca en la filas las dos cifras significativas de z y en las columnas la tercera cifra, sabe que en la intersección se encuentra el valor correspondiente a 0.63, pero se confunde y solo considera el área entre $z = 0$ y $z = 0.63$; es decir, solamente toma la cantidad resultante 0.2357, por tanto, selecciona esta opción de respuesta sin darse cuenta que le falta encontrar el área entre $z = 0$ y $z = 1.57$ para luego restar los valores correspondientes.

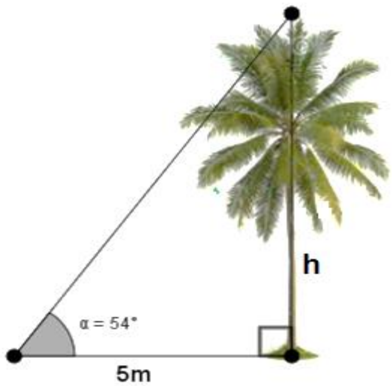
C. Sabe que debe utilizar la tabla de distribución normal y tiene un buen manejo de la misma en ubicar valores, pero no recuerda el proceso correcto para obtenerlos, por lo que identifica en el enunciado los signos ≤ e interpreta que debe restar la cantidad mayor a la menor: 1.57- 0.63= 0.94, evidenciando dificultades para interpretar áreas bajo la curva normal. Luego busca el área entre $z = 0$ y $z = 0.94$, obteniendo 0.3264.

D. El estudiante ubica correctamente los valores en las filas y columnas de las tablas de distribución normal. Identifica la tabla que le permite obtener el área bajo la curva normal entre $z = 0$ y cualquier valor de z, obtiene 0.2357 como el área para $z = 0.63$ y 0.4418 cuando $z = 1.57$, pero manifiesta tener bajo dominio para interpretar de forma correcta las cantidades halladas, por lo que realiza la suma de las áreas encontradas: 0.4418 + 0.2357 = 0.6775.

Ítem N° 22

Indicador de logro: 1.3 Resuelve problemas utilizando razones trigonométricas.
Habilidad: Determina los elementos de un triángulo.

¿Cuál de las siguientes ecuaciones permitiría encontrar la altura (h) del cocotero?



A. $\cos 54° = \dfrac{h}{5m}$

B. $\tan 54° = \dfrac{5m}{h}$

C. $\cos 54° = \dfrac{5m}{h}$

D. $\tan 54° = \dfrac{h}{5m}$

Respuesta correcta: D
Porcentaje de aciertos: 40%

El estudiante logra analizar en los datos del problema que la altura del cocotero representa uno de los lados de un triángulo rectángulo y según la ubicación del ángulo, determina que «h» es el lado opuesto. Además, conoce el lado adyacente, por tanto, recuerda que la razón trigonométrica que relaciona lados opuesto y adyacente es la tangente del ángulo:

$$\tan \alpha = \frac{lado\ opuesto\ del\ ángulo \propto}{lado\ adyacente\ del\ ángulo \propto}$$

Sustituye:

$$tan54° = \frac{h}{5\ m}$$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Reconoce en los datos del problema que tiene el lado adyacente y el lado opuesto al ángulo, pero no recuerda la razón trigonométrica que relaciona estos catetos, por lo tanto, se confunde e interpreta que es coseno es la razón trigonométrica la que debe aplicar para encontrar la altura.

$$cos54° = \frac{h}{5\ m}$$

B. Comprende la información presentada en el problema y determina que debe encontrar una razón trigonométrica que involucre al cateto opuesto con el adyacente, recordando que la tangente de α cumple con esta característica, pero olvida la forma correcta de relacionar los lados, considerando de forma errónea la tangente del ángulo como el cociente del lado adyacente al ángulo entre el lado opuesto al ángulo, como se muestra:

$$tan54° = \frac{5\ m}{h}$$

C. Analiza en los datos del problema que el lado opuesto al ángulo de 54° es la altura del cocotero y equivoca la razón trigonométrica que involucra el lado opuesto y el adyacente es $Cos\ 54°$, los cuales los relaciona como se muestra. Evidencia que posee pocos conocimientos para solucionar situaciones que involucren elementos de trigonometría

$$\cos 54° = \frac{5m}{h}$$

Ítem N° 23

Indicador de logro: 2.17 Utiliza fórmula apropiada para calcular el número de combinaciones o permutaciones de "n" objetos tomados "r" a la vez, en ejercicios de aplicación.
Habilidad: Reconoce fórmulas de conteo en casos concretos.

En un centro escolar se realiza una reunión para formar la directiva de padres de familia. Si ese día asistieron 30 personas y la directiva tendrá 8 cargos, ¿cuál de las siguientes expresiones permite conocer la cantidad de directivas distintas que se pueden formar?

A. $\frac{30!}{(30-8)!}$

B. $\frac{30!}{8!}$

C. $\frac{30!}{8!(30-8)!}$

D. $\frac{8!}{30!}$

Respuesta correcta: A
Porcentaje de aciertos: 28%

El estudiante comprende el problema presentado e identifica que, en la organización del comité de padres de familia el orden en que se distribuyen los cargos es prioridad, por lo tanto, corresponde a una permutación. Analiza los datos y basándose en ello evalúa que la expresión que modela tal situación es:

$$\frac{30!}{(30-8)!}$$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

B. Identifica que debe distribuir equitativamente 30 personas y hacer 8 equipos, pero se confunde con la aplicación de métodos de conteo adecuados y se limita a expresar $\frac{30!}{8!}$. Evidencia bajo dominio de los componentes de las fórmulas que ayudan en la solución de situaciones referidas a conteo.

C. Reconoce que de un conjunto de 30 personas se seleccionarán a 8, pero no comprende la importancia del orden y aplica la expresión factorial para las combinaciones: $\frac{30!}{8!(30-8)!}$.

D. Recuerda muy poco de técnicas de conteo, razón por la cual confunde los conceptos de probabilidad clásica y técnicas de conteo; considera como casos favorables los cargos de la directiva que son 8 entre las 30 personas que asistieron a la reunión y selecciona la respuesta aplicando: $\frac{8!}{30!}$

Ítem N° 24

Indicador de logro: 4.15 Resuelve correctamente ejercicios y problemas sobre el cálculo de la probabilidad de eventos.
Habilidad: Resuelve situaciones del entorno utilizando probabilidades de eventos simples o enfoque clásico.

En un salón de clases hay 40 pupitres, 15 son pequeños y 25 son grandes. ¿Cuál es la probabilidad que al seleccionar un pupitre este sea grande?

A. $\frac{1}{25}$

B. $\frac{1}{40}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{5}{8}$

Respuesta correcta: D
Porcentaje de aciertos: 33%

El estudiante analiza los datos de la situación planteada y reconoce que debe utilizar la fórmula de la probabilidad clásica, que indica que la ocurrencia de un evento es el resultado de dividir los casos favorables entre todos los casos posibles, por ello define
E_1= evento escoger un pupitre grande.
$n(E_1)$ = cantidad de pupitres grandes
$n(P)$= cantidad de pupitres.

$$P = \frac{Casos\ favorables}{Casos\ posibles} \qquad P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(P)} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Identifica la cantidad de pupitres grandes, utiliza la fórmula de probabilidad clásica, pero analiza incorrectamente y sólo toma en cuenta un pupitre grande dentro de los casos favorables entre 25 como casos posibles.

$$P = \frac{1}{25}$$

B. Reconoce que para la solución debe aplicar el enfoque clásico, pero toma en cuenta en los casos favorables sólo un pupitre grande, entre todos los casos posibles que son 40.

$$P = \frac{1}{40}$$

C. De los datos del problema comprende que debe utilizar enfoque de probabilidad clásica, pero tiene dificultades para recordar el proceso correcto para dar solución y considera como casos favorables los 15 pupitres pequeños y como todos los casos posibles, los 25 pupitres grandes.

$$P = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

Ítem N° 25

Indicador de logro: 5.5 Utiliza la fórmula para el cálculo de la probabilidad de una distribución binomial en la solución de ejercicios.
Habilidad: Resuelve situaciones cotidianas utilizando distribuciones de probabilidad binomial.

En un centro escolar el 26% de los estudiantes usan frecuentemente el celular, ¿cuál es la probabilidad que de 10 estudiantes elegidos al azar, 4 sean usuarios frecuentes del celular?

A. 0.0195
B. 0.0473
C. 0.1576
D. 0.4000

Respuesta correcta: C
Porcentaje de aciertos: 37%

Identifica que la situación planteada representa un experimento binomial, asocia el éxito con encontrar un estudiante que use frecuentemente el celular $P(éxito) = p = 0.26$, mientras que el fracaso es relacionado con encontrar un estudiante que no use el celular con frecuencia $P(fracaso) = q = 0.74$, además, identifica la cantidad de ensayos $n = 10$, éxitos esperados $r = 4$ y aplica adecuadamente la fórmula para el cálculo de la probabilidad de un experimento binomial:

$$P(x) = \binom{n}{x}(p)^x(q)^{n-x} = \binom{10}{4}(0.26)^4(0.74)^6 = 0.1576$$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Identifica los elementos que intervienen en la distribución binomial y los datos para realizar el cálculo: $n = 10 \quad r = 4 \quad p = 0.74 \quad q = 1 - p = 0.26$, pero confunde quien es la probabilidad de éxito (p), por tanto sustituye:

$$P(x) = \binom{n}{x}(p)^x(q)^{n-x} = \binom{10}{4}(0.74)^4(0.26)^6 = 0.0195$$

B. Infiere que debe hacer uso de la distribución de probabilidad binomial, por los datos a los que hace referencia el enunciado, interpreta los elementos que intervienen para su cálculo:
$n = 10 \quad r = 4 \quad p = 0.26 \quad q = 1 - p = 0.74$, pero no recuerda completamente la expresión con la que debe resolver, por lo que sustituye parcialmente, considerando que el exponente en la probabilidad de fracaso es 10, entonces obtiene una respuesta incorrecta:

$$P(x) = \binom{n}{x}(p)^x(q)^{n-x} = \binom{10}{4}(0.26)^4(0.74)^{10} = 0.0473$$

D. Comprende, por los datos, que debe obtener el cálculo de una probabilidad, pero no está familiarizado con el modelo de la distribución binomial, por lo que interpreta que para dar una respuesta debe utilizar la probabilidad clásica, tomando como casos favorable 4 y como casos posibles 10, para luego hacer el cociente, $\frac{4}{10} = 0.4$

Encuentra información actualizada de Educación Media en los siguientes enlaces:

Sitios Web 2.0

DNEM
DIRECCIÓN NACIONAL DE EDUCACIÓN MEDIA
(Tercer Ciclo y Media)
MINISTERIO DE EDUCACIÓN - EL SALVADOR

Dnem Mined El Salvador

Dirección Nacional de Educación Media y Tercer Ciclo Mined El Salvador
https://direccionnacionaleducacionmediasv.wordpress.com/

Dnem Mined El Salvador YouTube
www.youtube.com

DNEM
DIRECCIÓN NACIONAL DE EDUCACIÓN MEDIA
(Tercer Ciclo y Media)
MINISTERIO DE EDUCACIÓN - EL SALVADOR

Dirección Nacional de Educación Media (III Ciclo y Media)

Departamento de Evaluación de los Aprendizajes
Alameda Juan Pablo II y Calle Guadalupe, Centro de Gobierno,
Plan Maestro, Edificio A-3. 3º Nivel
Teléfonos: 2592-3330 * 2592-3325